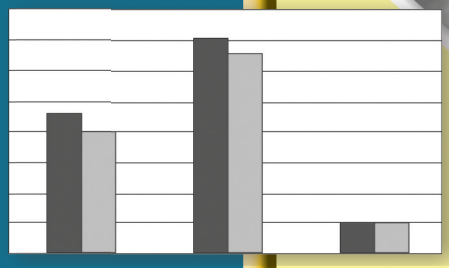
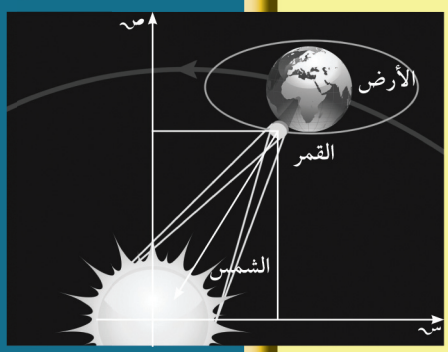
وزارة التربية

كويت جديدة
NEWKUWAIT

الرياضيات

كرّاسة التمارين





الصفّ العاشر ١٠

الفصل الدراسي الثاني

الطبعة الثانية

الرياضيات

الصفّ العاشر
الفصل الدراسي الثاني

كرّاسة التمارين

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القطان (رئيسًا)

أ. حصة يونس محمد علي **أ. فتحية محمود أبو زور**

الطبعة الثانية
١٤٤٣ هـ
٢٠٢١ - ٢٠٢٢ م

حقوق التأليف والطبع والنشر محفوظة لوزارة التربية ـ قطاع البحوث التربوية والمناهج
إدارة تطوير المناهج

الطبعة الأولى ٢٠١٢م
الطبعة الثانية ٢٠١٤م
٢٠١٦م
٢٠١٨م
٢٠١٩م
٢٠٢٠م
٢٠٢١م

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الرياضيات للصف العاشر
أ. رضيّة ناصر القطان (رئيسًا)
أ. السعيد فوزي إبراهيم
أ. نجوى محمد وسيم
أ. مجدي محمد الكواوي
أ. منيرة علي العدواني

دار التَّربَويّون House of Education ش.م.م. وبيرسون إديوكيشن ٢٠١٢م

الكتاب كاملًا

شاركنا بتقييم مناهجنا

طبع في شركة مطابع الخط
أودع في مكتبة الوزارة تحت رقم (١٤٤) بتاريخ ٢٠١٤/١٠/٢٦م

حضرة صاحب السمو الشيخ نواف الأحمد الجابر الصباح
أمير دولة الكويت

H.H. Sheikh Nawaf AL-Ahmad Al-Jaber Al-Sabah
The Amir Of The State Of Kuwait

سمو الشيخ مشعل الأحمد الجابر الصباح
ولي عهد دولة الكويت
H.H. Sheikh Meshal AL-Ahmad Al-Jaber Al-Sabah
The Crown Prince Of The State Of Kuwait

المحتويات

الوحدة السادسة: هندسة الدائرة

تَمَرَّنْ ٦-١ ..... ٩

تَمَرَّنْ ٦-٢ ..... ١٣

تَمَرَّنْ ٦-٣ ..... ١٦

تَمَرَّنْ ٦-٤ ..... ٢١

مراجعة الوحدة السادسة **٢٥**

تمارين إثرائية **٢٨**

الوحدة السابعة: المصفوفات

تَمَرَّنْ ٧-١ ..... ٣٠

تَمَرَّنْ ٧-٢ ..... ٣٤

تَمَرَّنْ ٧-٣ ..... ٣٩

تَمَرَّنْ ٧-٤ ..... ٤٥

تَمَرَّنْ ٧-٥ ..... ٤٩

مراجعة الوحدة السابعة **٥٢**

تمارين إثرائية **٥٦**

الوحدة الثامنة: حساب المثلثات (٢)

تَمَرَّنْ ٨-١ ..... ٥٨

تَمَرَّنْ ٨-٢ ..... ٦٢

تَمَرَّنْ ٨-٣ ..... ٦٥

مراجعة الوحدة الثامنة **٦٨**

تمارين إثرائية **٧٠**

الوحدة التاسعة: الهندسة التحليليّة

تَمَرَّنْ ٩-١ ..... ٧٣

تَمَرَّنْ ٩-٢ ..... ٧٦

تَمَرَّنْ ٩-٣ (أ)..... ٧٨

تَمَرَّنْ ٩-٣ (ب)..... ٨٤

تَمَرَّنْ ٩-٤ ..... ٨٧

تَمَرَّنْ ٩-٥ ..... ٨٩

مراجعة الوحدة التاسعة **٩٢**

تمارين إثرائية **٩٤**

الوحدة العاشرة: الإحصاء والاحتمال

تَمَرَّنْ ١٠-١ ..... ٩٦

تَمَرَّنْ ١٠-٢ ..... ١٠٢

تَمَرَّنْ ١٠-٣ ..... ١٠٦

تَمَرَّنْ ١٠-٤ ..... ١١١

تَمَرَّنْ ١٠-٥ ..... ١١٤

مراجعة الوحدة العاشرة **١١٩**

تمارين إثرائية **١٢٢**

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

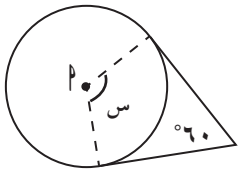
مماس الدائرة

Tangent of The Circle

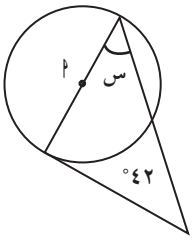
المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١–٢)، القطع المستقيمة تمس الدوائر، أ مركز كل دائرة. أوجد قيمة س.

(١)

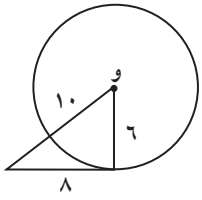


(٢)

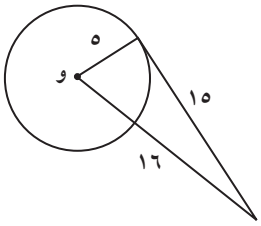


في التمرينين (٣–٤)، حدّد ما إذا كان المستقيم مماسًا للدائرة التي مركزها و.

(٣)

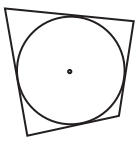


(٤)

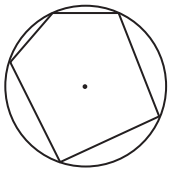


في التمرينين (٥–٦)، حدّد ما إذا كانت الدائرة محاطة بمضلع (داخلة) أو محيطة بمضلع (خارجة).

(٥)

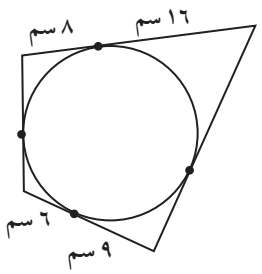


(٦)



في التمرين (٧)، يحيط المضلّع بدائرة. أوجد محيط المضلع.

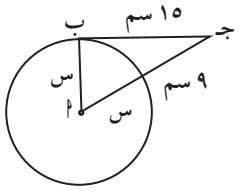
(٧)



_____

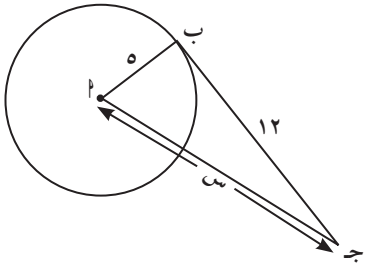
في التمرينين (٨–٩)، $\overleftrightarrow{ب جـ}$ مماس للدائرة. أوجد قيمة س.

(٨)



_____

(٩)



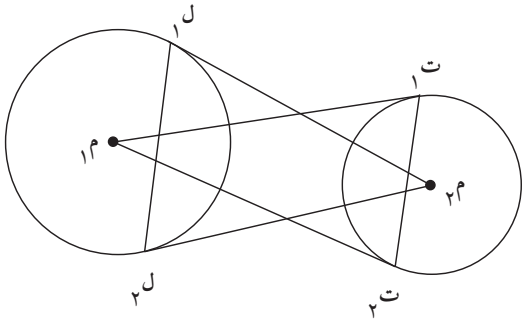
_____

* (١٠) **التحديّ**: يبيّن الشكل دائرتين مركزيهما $م_١$ ، $م_٢$.

$\overline{م_١ ت_١}$ ، $\overline{م_١ ت_٢}$ مماستان للدائرة التي مركزها $م_٢$.

$\overline{م_٢ ل_١}$ ، $\overline{م_٢ ل_٢}$ مماستان للدائرة التي مركزها $م_١$.

أثبت أن $\overline{ت_١ ت_٢}$ // $\overline{ل_١ ل_٢}$.



_____

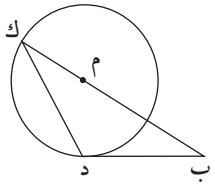
_____

_____

_____

* (١١) **التحديّ**: $\overline{ب د}$ تمس الدائرة التي مركزها م

ب د = ١٥ سم ، ب م = ١٧ سم.



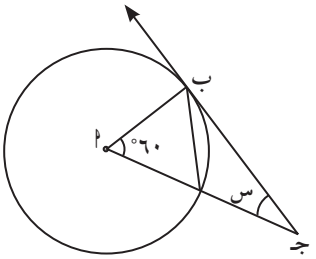
(أ) أوجد طول نصف قطر الدائرة.

_____

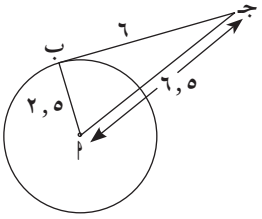
(ب) أوجد مساحة المثلث ب ك د.

_____

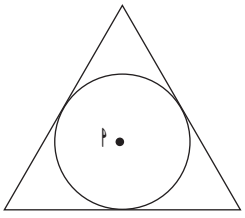
المجموعة ب تمارين تعزيزيّة



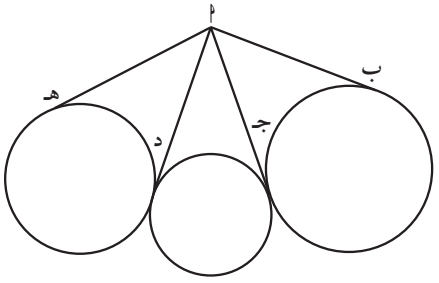
(١) المستقيم $\overleftrightarrow{ب جـ}$ في الشكل المقابل مماس للدائرة، أوجد قيمة س.



(٢) حدّد ما إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{ب جـ}$ مماس للدائرة.

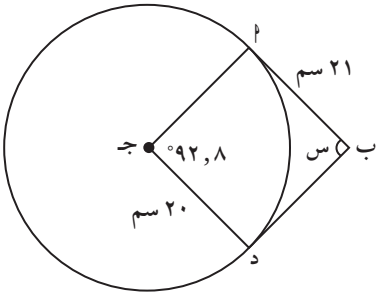


(٣) حدّد ما إذا كانت الدائرة محاطة بمثلث (داخلة) أو محيطة بمثلث (خارجة).



(٤) يبيّن الشكل ٤ قطع مماسية من نقطة مشتركة أ إلى ٣ دوائر.

ما الذي يمكنك استنتاجه حول أطوال القطع الأربع؟ فسّر.



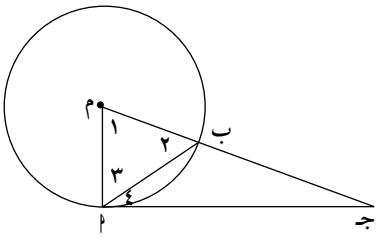
(٥) $\overleftrightarrow{بأ}$ ، $\overleftrightarrow{ب د}$ مماسان للدائرة.

(أ) أوجد قيمة س.

(ب) أوجد محيط الشكل الرباعي بأجـ د.

(جـ) أوجد ب جـ.

في التمرينين (٦–٧)، $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماس للدائرة في أ ، ق(أ̂) = ٧٠°.

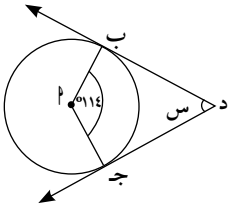


(٦) أوجد ق(٤̂).

(٧) إذا كان ق(أ̂) = س ، فأوجد ق(٤̂) بمعلومية س.

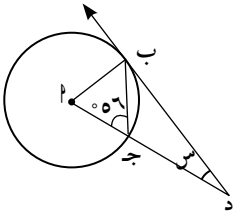
في التمارين (٨–١١)، اختر الإجابة الصحيحة:

(٨) إذا كان $\overleftarrow{دب}$ ، $\overleftarrow{دجـ}$ مماسان للدائرة. فإن س =



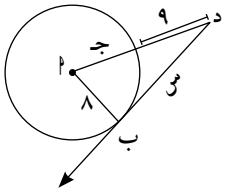
(أ) ٢٦° (ب) ٥٧° (جـ) ٦٦° (د) ١١٤°

(٩) إذا كان $\overleftarrow{دب}$ مماس للدائرة. فإن س =



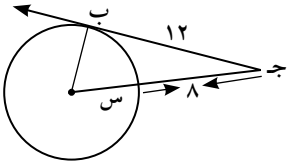
(أ) ٢٢° (ب) ٢٨° (جـ) ٣٤° (د) ٤٠°

(١٠) إذا كان $\overleftarrow{دب}$ مماس للدائرة. فإن س =



(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٥ (د) ١٧

(١١) إذا كان $\overleftarrow{جـب}$ مماس للدائرة. فإن س =



(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

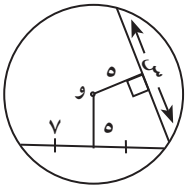
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الأوتار والأقواس
Chords and Arcs

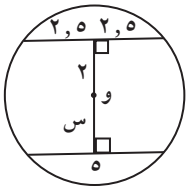
المجموعة أ تمارين أساسية

(١) أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

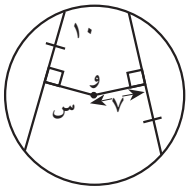
(أ)



(ب)

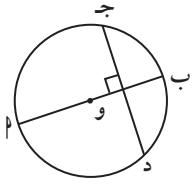


(جـ)



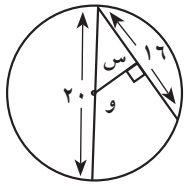
(٢) في الشكل المقابل إذا كان:

$\overline{أب}$ قطر الدائرة، $\overline{أب} \perp \overline{جـ د}$. ماذا تستنتج؟

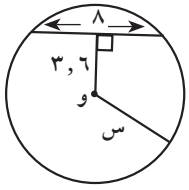


(٣) أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

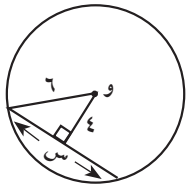
(أ)



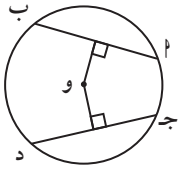
(ب)



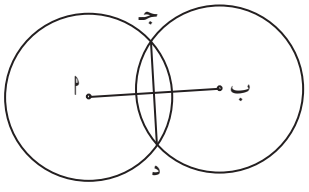
(جـ)



(٤) تحليل الخطأ: نظر سلطان إلى الشكل المقابل واستنتج أن $\overline{أب} \cong \overline{جـ د}$. ما الخطأ في استنتاجه؟



(٥) أ، ب مركزا دائرتين متطابقتين. $\overline{جـ د}$ وتر مشترك للدائرتين.



(أ) إذا كان $\overline{أب}$ = ٨ سم، $\overline{جـ د}$ = ٦ سم. فما طول نصف القطر؟

(ب) إذا كان $\overline{أب}$ = ٢٤ سم، نصف القطر = ١٣ سم. فما طول $\overline{جـ د}$؟

(٦) **تفكير ناقد:** طول قطر دائرة يساوي ٢٠ سم، وطولا وترين موازيين لهذا القطر ٦ سم و١٦ سم.

أوجد المسافة بين الوترين لأقرب جزء من عشرة من السنتيمتر.

(أ) إذا كان الوتران في جهة واحدة من المركز.

(ب) إذا كان الوتران في جهتين مختلفين من المركز.

---

(٧) البعد بين مركز الدائرة ووتر طوله ٩ سم يساوي ١١ سم تقريبًا.

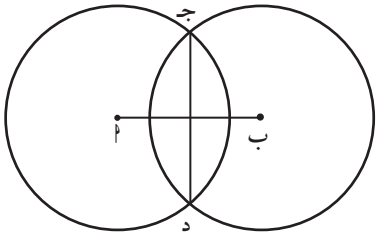
أوجد طول نصف قطر الدائرة لأقرب عدد كلي.

---

(٨) دائرتان مركزاهما على الترتيب أ، ب تتقاطعان بالنقطتين جـ ، د.

وطول نصف قطر كل دائرة ٦ سم.

أوجد طول جـ د إذا كان طول أب يساوي ٨ سم.



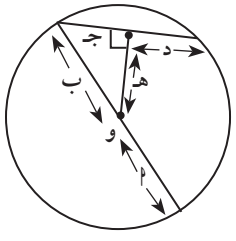
في التمرينين (٩–١٠)، اختر الإجابة الصحيحة:

(٩) إذا كان طول قطر دائرة يساوي ٢٥ سم وطول أحد أوتارها ١٦ سم فإن البعد بين مركز الدائرة والوتر هو تقريبًا:

(أ) ٩ سم (ب) ٩,٦ سم (جـ) ١٨ سم (د) ١٩,٢ سم

---

(١٠) في الشكل المقابل العبارة الخاطئة فيما يلي هي:



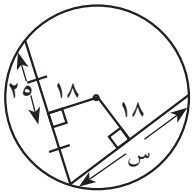
(أ) جـ = د (ب) أ = ب

(جـ) جـ^{٢} + هـ^{٢} = ب^{٢} (د) هـ = د

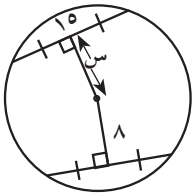
المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

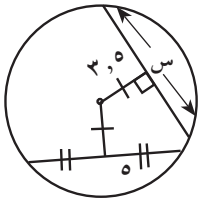
(أ)



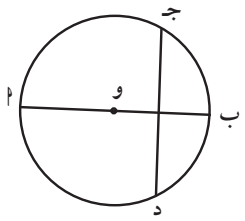
(ب)



(جـ)



(٢) مستخدمًا الشكل المقابل، املأ الفراغ بما هو مناسب.

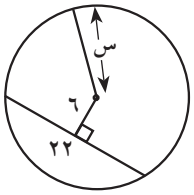


∵ $\overleftrightarrow{أب}$ منصف عمودي لـ $\overline{جـ د}$.

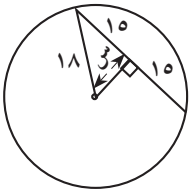
∴ يمر $\overleftrightarrow{أب}$ بـ .....

(٣) أوجد قيمة س في كل من الأشكال التالية:

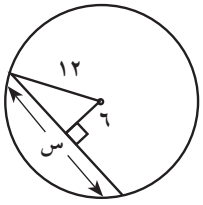
(أ)



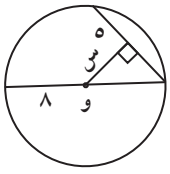
(ب)



(جـ)



(٤) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.

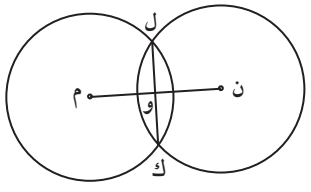


(٥) طول نصف قطر دائرة يساوي ٨ , ١٠ سم، وطول الوتر ١٢سم.

ما البعد بين مركز الدائرة والوتر؟

(٦) في الشكل المقابل م، ن مركزا دائرتين متطابقتين. طول نصف قطر كل دائرة يساوي ١٣ سم، $\overline{ل ك}$ وتر مشترك للدائرتين، حيث ل ك = ٢٤ سم.

أوجد طول $\overline{م ن}$ علمًا بأن القطعة $\overline{ل ك} \cap \overline{م ن} = \{و\}$.



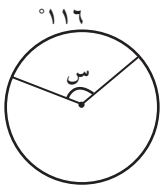
الزوايا المركزية والزوايا المحيطية

Central Angles and Inscribed Angles

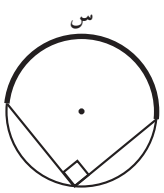
المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) أوجد قيمة المجهول في كل من الأشكال التالية:

(أ)

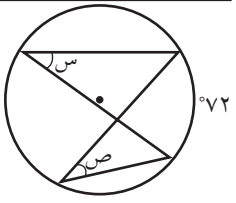


(ب)

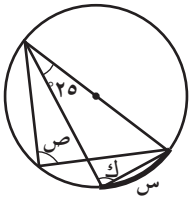


(جـ)

(د)

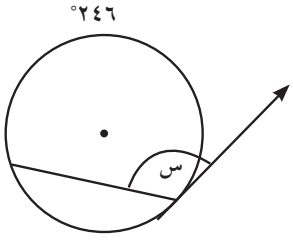


(هـ)

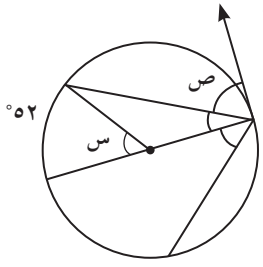


(٢) أوجد قيمة المجهول في كل من الأشكال التالية بمعلومية أن الشعاع في كل رسم يمثل مماسًا للدائرة.

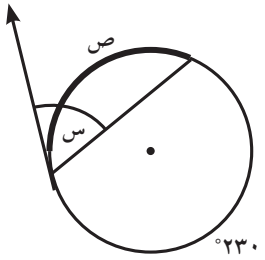
(أ)



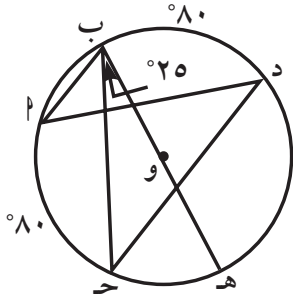
(ب)



(جـ)



(٣) أوجد قياسات الزوايا والأقواس التالية مستخدمًا الرسم المقابل:



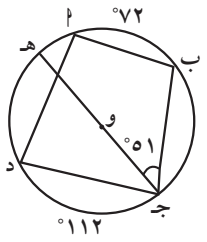
(أ) ق(أ̂).

(ب) ق(جـ هـ⌒).

(جـ) ق(جـ̂).

(د) ق(أ̂ب هـ).

(٤) في الشكل المقابل، أوجد قياس كل من:



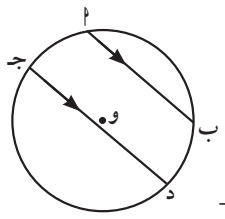
(أ) القوس الأصغر ب جـ. _____

(ب) ق(بˆ). _____

(جـ) ق(ب جˆ د). _____

(٥) في الشكل المقابل فيه الوتر $\overline{ب جـ}$.

أثبت أن: $\overset{\frown}{أجـ} \cong \overset{\frown}{ب د}$.

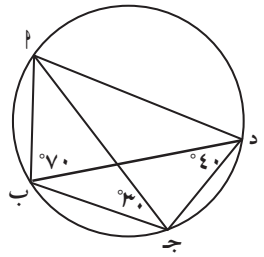


_____

(٦) ما نوع شبه المنحرف المحاط بدائرة؟

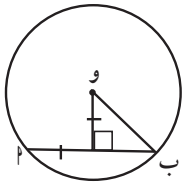
_____

(٧) في الشكل المقابل أوجد ق(جـ بˆ د).



_____

(٨) في الشكل المقابل، أوجد قياس القوس الأصغر $\overset{\frown}{أب}$.

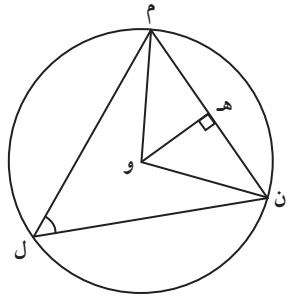


_____

* (٩) مستخدمًا معطيات الشكل، حيث و هي مركز الدائرة،

وهـ = ٢ سم ، ن و = ٣ سم.

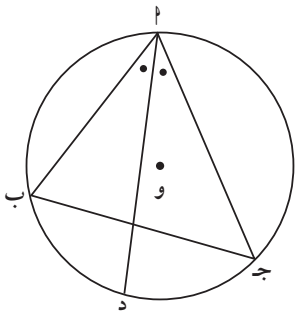
أوجد:



(أ) ق(هـ وˆ ن). _____

(ب) ق(لˆ). _____

(١٠) في الشكل المقابل إذا كان $\overleftarrow{أد}$ منصف الزاوية $\hat{أ}$.



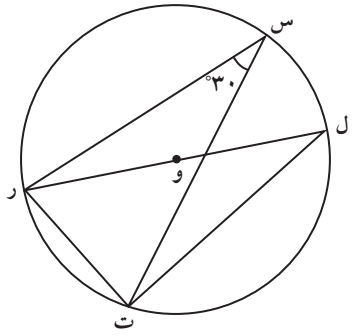
(أ) أثبت أن المثلث ب جـ د متطابق الضلعين.

_____

(ب) ماذا يمكننا أن نقول عن Δب جـ د إذا كان Δأب جـ قائم الزاوية في أ؟

_____

(١١) مستخدمًا معطيات الشكل المقابل حيث و مركز الدائرة:

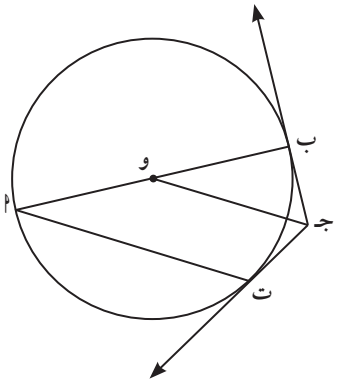


(أ) ما نوع المثلث ر ل ت؟ _____

(ب) أوجد ق(ل ر̂ت). _____

(جـ) أوجد محيط Δر ل ت بدلالة ط. _____

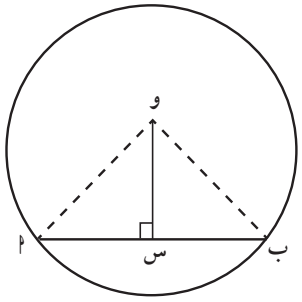
(١٢) $\overline{أب}$ قطر في دائرة مركزها و. $\overleftarrow{جـ ب}$ ، $\overleftarrow{جـ ت}$ مماسان للدائرة يتقاطعان في جـ.



أثبت أن $\overline{أت}$ // $\overline{وجـ}$. (**إرشاد:** صل $\overline{وت}$ أو $\overline{ب ت}$).

_____

(١٣) في الشكل المقابل، أب = ١٦ سم، وس = ٦. أوجد:



(أ) طول نصف قطر الدائرة؟

_____

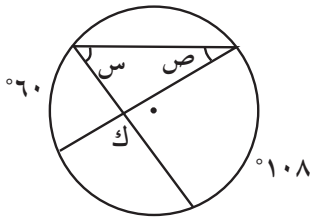
(ب) قياس القوس الصغير $\overset{\frown}{أب}$.

_____

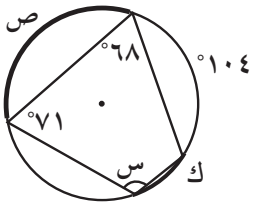
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) أوجد قياسات الزوايا والأقواس المجهولة في كلّ من الأشكال الهندسية التالية:

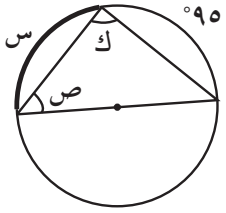
(أ)



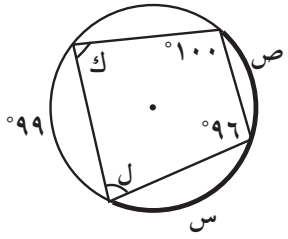
(ب)



(جـ)

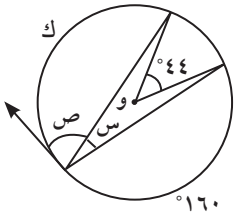


(د)

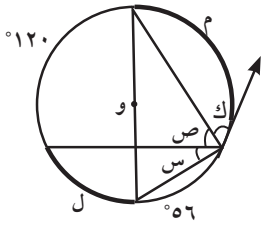


(٢) أوجد قيمة المجهول في كلّ من الأشكال التالية بمعلومية أن الشعاع في كل شكل يمثل مماسًا للدائرة.

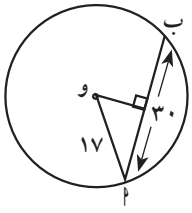
(أ)



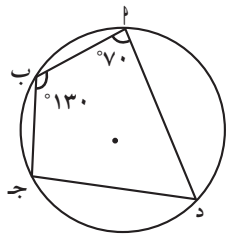
(ب)



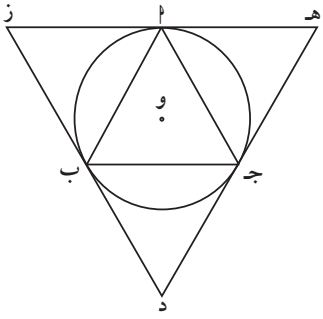
(٣) في الشكل المقابل، أوجد قياس القوس الأصغر $\overset{\frown}{أب}$.



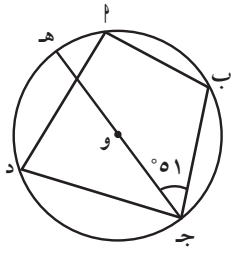
(٤) ﺃب جـ د رباعي دائري (محوط بدائرة). ق(أ) = ٧٠°، ق(ب) = ١٣٠°.
أوجد ق(جـ) ، ق(د).



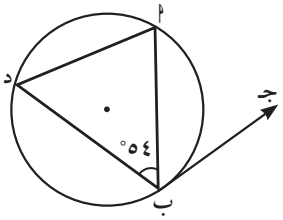
(٥) Δأب جـ متطابق الأضلاع تحيط به دائرة.
أثبت أن المماسات على الدائرة في النقاط أ، ب، جـ تشكل مثلثًا متطابق الأضلاع.



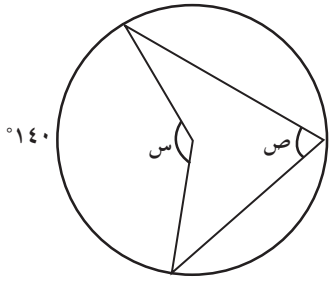
(٦) في الشكل المقابل، إذا كان ق(أب) = ٧٢°، ق(ب جـ هـ) = ٥١°.
فإن قياس القوس هـ أ =
(أ) ٣٠° (ب) ١٠٢° (جـ) ٧٢° (د) ٦٨°



(٧) في الشكل المقابل، إذا كان ق(ب د) = ١٤٠°، فإن ق(أ ب جـ) =
(أ) ٧٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٥٦° (د) ١٢٤°



(٨) في الشكل المقابل، قيمة كل من س، ص على الترتيب هما:
(أ) ٢٨٠°، ١٤٠° (ب) ٧٠°، ٣٥°
(جـ) ١٤٠°، ٤٠° (د) ١٤٠°، ٧٠°



الدائرة: الأوتار المتقاطعة، المماس

Circle: Intersecting Chords and Tangent

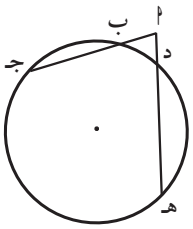
المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) في الشكل المقابل:

أ جـ = ٢٠، ب جـ = ١٥

أ هـ = ٢٥.

أوجد: د هـ.

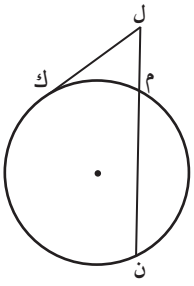


(٢) في الشكل المقابل:

ل ك مماس الدائرة

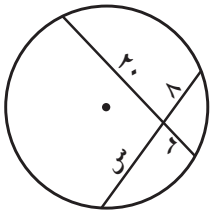
ل ك = ٨ ؛ ل م = ٤.

أوجد: م ن.

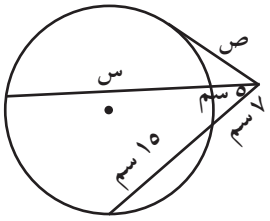


في التمرينين (٣–٤)، أوجد قيمة كل متغيّر.

(٣)

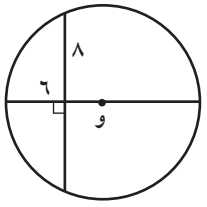


(٤)

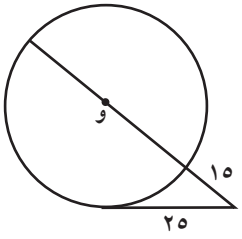


في التمرينين (٥–٦)، أوجد طول قطر كل دائرة.

(٥)

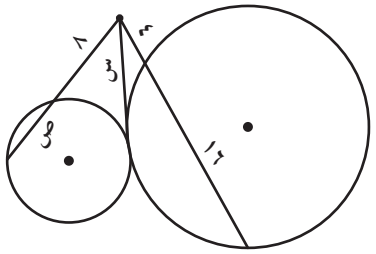


(٦)

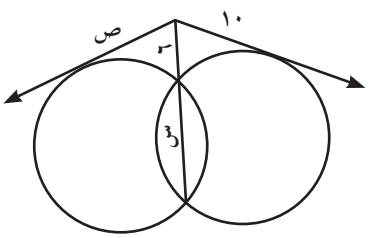


في التمرينين (٧–٨)، استخدم معطيات الشكل لإيجاد قيمة كل من س، ص.

(٧)

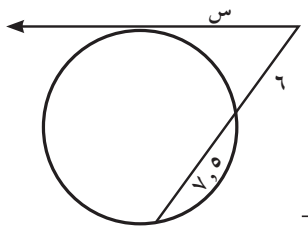


(٨)



(٩) **تحليل الخطأ**: لإيجاد قيمة س كتب أحد الطلاب المعادلة التالية:

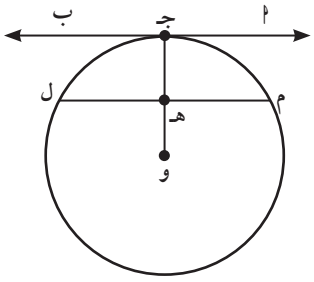
٥ , ٧ × ٦ = س^{٢}. فما الخطأ الذي وقع به؟



(١٠) $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة عند جـ

هـ منتصف الوتر $\overline{م ل}$.

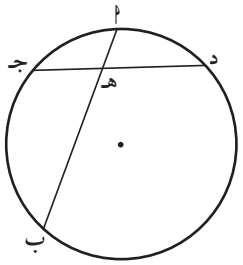
أثبت أن: $\overline{م ل}$ // $\overleftrightarrow{أب}$.



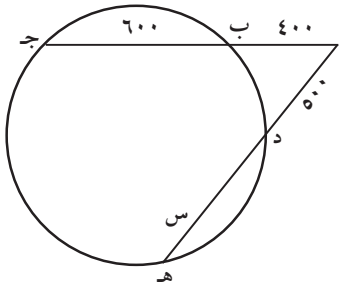
(١١) في الشكل أدناه:

أهـ = ١٩، هـ د = ٤٠، هـ جـ = ٣٨

أوجد هـ ب.



(١٢) أوجد قيمة س.

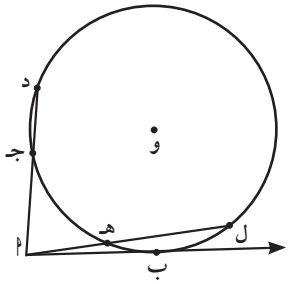


(١٣) في الشكل المقابل: $\overleftarrow{أب}$ مماس للدائرة.

أجـ = ١٠ ، أهـ = ٨ ، هـ ل = ١٢ .

(أ) أوجد جـ د.

(ب) أوجد أب.



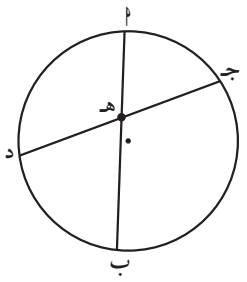
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) في الشكل أدناه:

هـ جـ = ٥ ، هـ أ = ٣ ،

هـ د = ٦.

أوجد هـ ب.

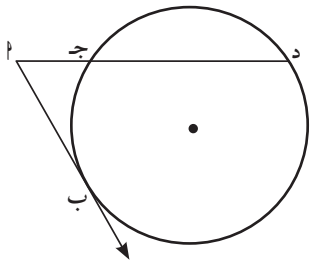


(٢) في الشكل أدناه:

$\overleftarrow{أب}$ مماس للدائرة

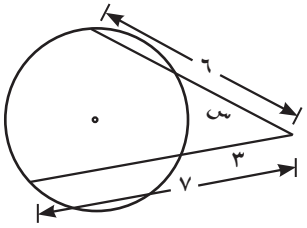
أ ب = ٦ ، أ جـ = ٣

أوجد أ د، جـ د.

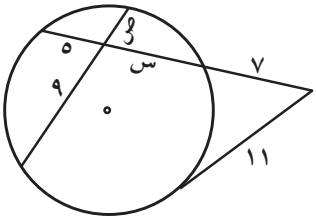


في التمرينين (٣ – ٤)، أوجد قيمة كل من س ، ص.

(٣)

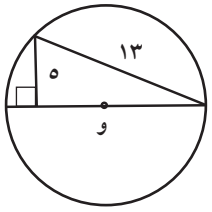


(٤)



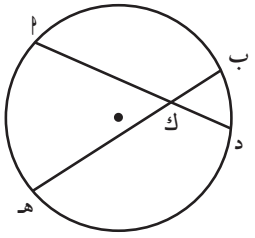
* (٥) أوجد طول قطر الدائرة،

استخدم الشكل المقابل للإجابة.



(٦) في الشكل المقابل، إذا كان أ ك = ١٤ ، هـ ك = ١٧ ، ب ك = ٧.

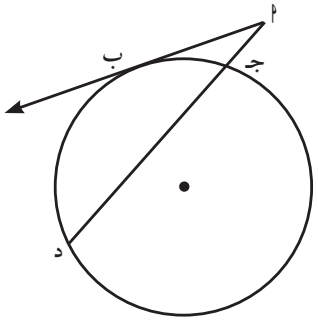
فأوجد د ك.



(٧) في الشكل المقابل،

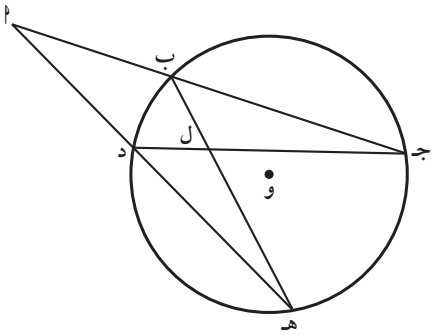
$\overline{أب}$ مماس للدائرة. أ ب = ١٢ ، جـ د = ٣٢.

أوجد أ جـ.



(٨) في الشكل المقابل، $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{دجـ}}$ يتقاطعان في ل.

$\overleftrightarrow{\text{جـ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{هـ د}}$ يتقاطعان في ا.



أثبت أن:

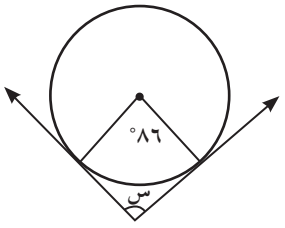
(أ) ل جـ = ل هـ، علمًا بأن: ل د = ل ب.

* (ب) ب جـ = دهـ علمًا بأن: ا ب = ا د

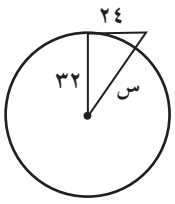
مراجعة الوحدة السادسة

في التمرينين (١–٢)، لنفرض أن الخطوط التي تبدو مماسة هي مماس للدائرة، أوجد قيمة س.

(١)

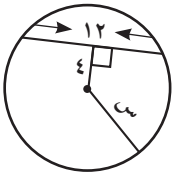


(٢)

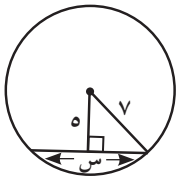


في التمرينين (٣–٤)، أوجد قيمة س.

(٣)

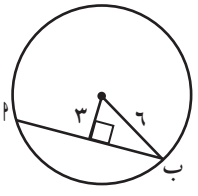


(٤)

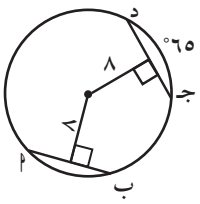


في التمرينين (٥–٦)، أوجد قياس القوس $\overset{\frown}{أب}$.

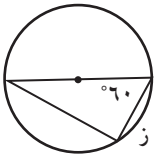
(٥)



(٦)

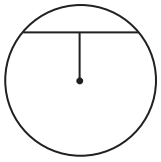


(٧) في الشكل المقابل، أوجد قيمة ز.



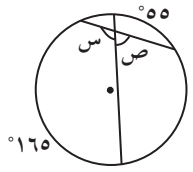
(٨) وتر في دائرة طوله ٢ , ٤ سم ويبعد ٨ سم عن مركز الدائرة.

فما طول نصف قطر الدائرة؟

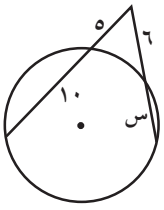


في التمارين (٩–١٢)، الخط الذي يبدو مماس هو مماس للدائرة أوجد قيمتي س، ص في كل مما يلي:

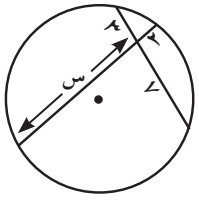
(٩)



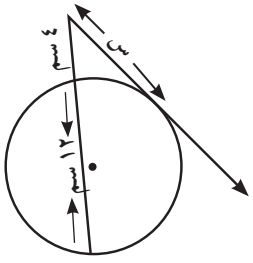
(١٠)



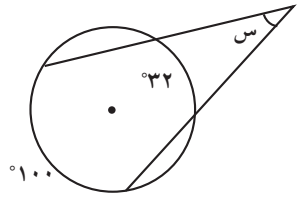
(١١)



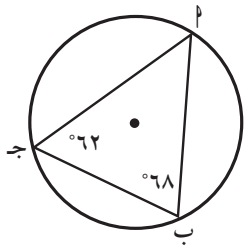
(١٢)



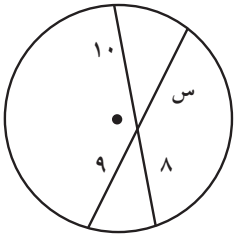
(١٣) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س.



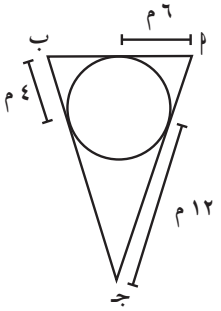
(١٤) في الشكل المقابل، أوجد قيمة ب جـ.



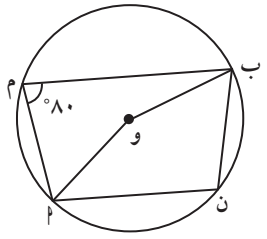
(١٥) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س.



(١٦) أوجد محيط المثلث أب جـ.



(١٧) أوجد ق(نَ).



(١٨) في الشكل المقابل، Δأب جـ متطابق الأضلاع.

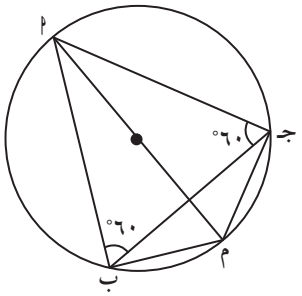
أوجد:

ق(أَمَ ب).

ق(ب مَ جـ).

ق(م جَـ ب).

ق(أَمَ جـ).



تمارين إثرائية

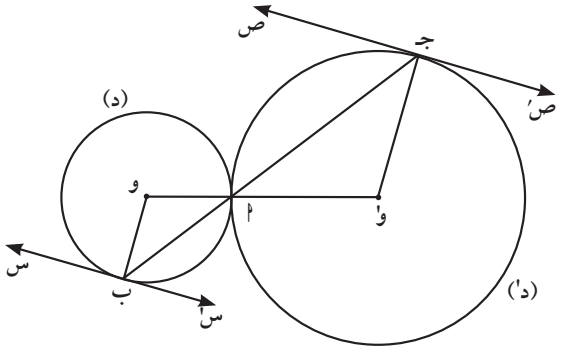
(١) (د)، (د') دائرتان لهما أ نقطة مماس خارجية.

$\overleftrightarrow{ب جـ}$ قاطع يمر بالنقطة أ ويقطع الدائرة (د)

بالنقطة ب ويقطع الدائرة (د') بالنقطة جـ.

أثبت أن المماس من النقطة ب للدائرة (د) موازٍ للمماس

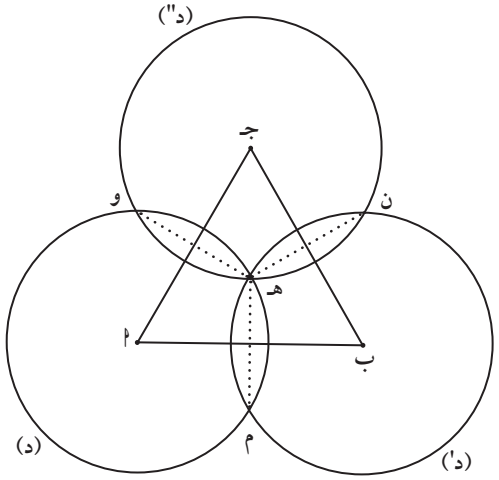
من النقطة جـ للدائرة (د').



(٢) (د)، (د')، (د") ثلاث دوائر متطابقة ومراكزها على الترتيب أ، ب، جـ.

تتقاطع الدوائر الثلاث في النقطة المشتركة هـ.

ماذا تمثل النقطة هـ بالنسبة إلى المثلث أب جـ؟ اشرح.

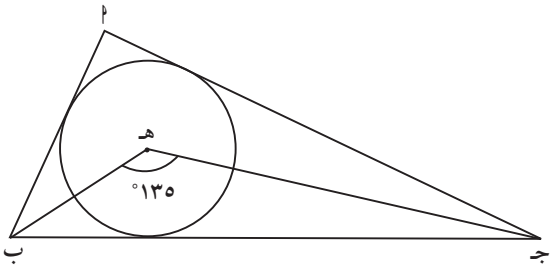


(٣) ا ب جـ مثلث. هـ مركز الدائرة المحاطة بالمثلث ا ب جـ

(نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية في المثلث ا ب جـ).

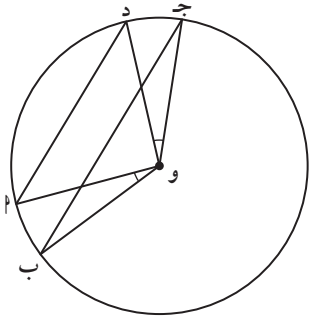
ق(ب هَـ جـ) = ١٣٥°.

أثبت أن المثلث ا ب جـ قائم الزاوية في ا.



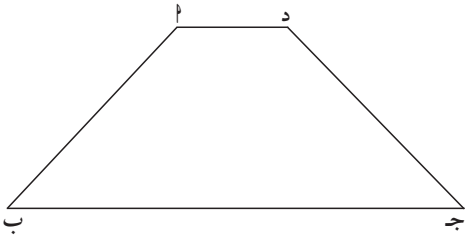
(٤) ا ، ب ، جـ ، د نقاط على الدائرة مركزها و، حيث ق(اوَب) = ق(دوَجـ).

أثبت أن: $\overline{د ا}$ // $\overline{جـ ب}$.



(٥) في الشكل المقابل ا ب جـ د شبه منحرف متطابق الضلعين.

أثبت أنه رباعي دائري.



تنظيم البيانات في مصفوفات

Organising Data in Matrices

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١–٢)، اذكر رتبة كل مصفوفة.

(١) $[٢ \quad \sqrt{٥}]$

(٢) $\begin{bmatrix} ٤ & -٢ & ٢ \\ ١ & ٤ & ١ \\ ٠ & ٥ & -٧ \end{bmatrix}$

حدّد ما إذا كان زوج المصفوفات متساويًا أم لا. علّل إجابتك.

(٣) $\begin{bmatrix} ٤ \\ -٦ \\ ٨ \end{bmatrix}$ ، $[\sqrt{١٦} \quad -٦ \quad \sqrt{٦٤}]$

اذكر رتبة (أبعاد) المصفوفة، مع ذكر العنصر $أ_{٣٢}$.

(٤) $أ = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ & ٥ \\ ٢ & -٣ & -٧ \\ ١ & ٠ & ٩ \end{bmatrix}$

(٥) أي زوج من المقادير التالية يحقّق ما يلي: $[٢س \quad س - ص] = [أ \quad ب]$؟

(أ) $س = ٢أ$ ، $ص = \frac{١}{٢}أ - ب$

(ب) $س = \frac{١}{٢}أ$ ، $ص = \frac{١}{٢}أ + ب$

(جـ) $س = \frac{١}{٢}أ$ ، $ص = \frac{١}{٢}أ - ب$

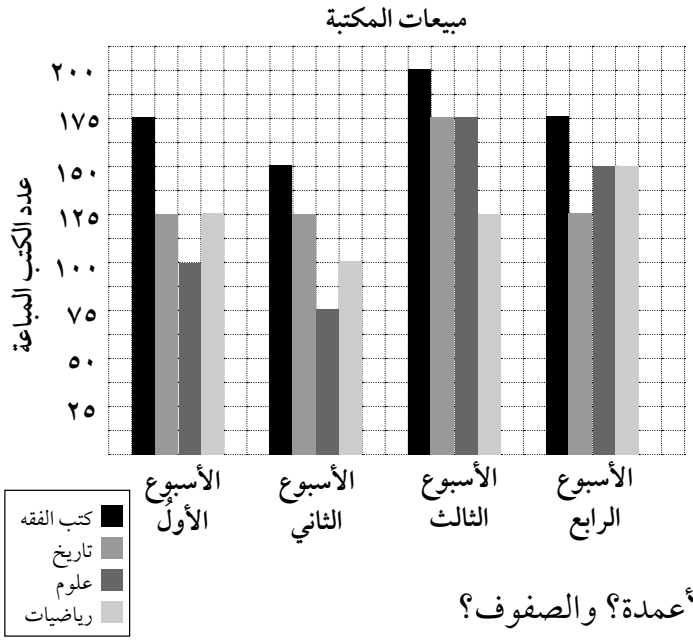
(د) $س = ٢أ$ ، $ص = \frac{١}{٢}أ + ب$

في التمرين (٦)، أوجد قيم كل من س، ص.

(٦) $\begin{bmatrix} س^{٢} & ٤ \\ -٢ & ص^{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٩ \\ -٢ & ٥ص \end{bmatrix}$

(٧) يوضّح التمثيل البياني المبيعات في شهر أغسطس لإحدى المكتبات.

(أ) سجّل البيانات في جدول.



(ب) اِعرض البيانات في مصفوفة. ماذا تمثّل الأعمدة؟ والصفوف؟

---

(٨) **تحليل الخطأ**: حدّد أحد الطلاب أن العنصر $أ_{٢٣}$، في المصفوفة: $أ = \begin{bmatrix} ٣ & ٢,٥ & ٤,٥ \\ ١,٥ & ٥ & -٣ \\ ٤ & ٤,٥ & ١,٥ \end{bmatrix}$ هو -٣

ما خطأ الطالب؟

في التمرينين (٩–١٠)، أوجد قيم المتغيرات بحيث تكون المصفوفتان متساويتين.

(٩) $\begin{bmatrix} ٢س - ٥ & ٣ \\ ٥ & ٢ص + ١٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١٢ & ٣ \\ ٥ & ٤ص + ١٩ \end{bmatrix}$

=

(١٠) $\begin{bmatrix} ٤س & ٢ - ص & ٥ \\ -٣ & -١ & ٢ \\ ٠ & -١٠ & ١٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢س + ٥ & ٤ص & ل \\ -٣ & م & ك - ل \\ ٠ & -٤س & ١٥ \end{bmatrix}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١–٢)، اذكر رتبة كل مصفوفة مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٢ & ٠ & ٣- \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} ١ \\ ٩- \\ ٥ \end{bmatrix}$

في التمرينين (٣–٤)، حدّد ما إذا كان كل زوج من المصفوفات التالية متساويًا أم لا. علّل إجابتك.

(٣) $\begin{bmatrix} ٢- & ٣ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢(-١) & ٢(١,٥) \\ ٢(٢,٥) & ٢(٠) \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & ٢- \\ ٣- & ٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ & ٤ \\ ٢- & ٣- & ٤- \end{bmatrix}$

في التمرينين (٥–٦)، اذكر رتبة (أبعاد) كلّ مصفوفة، مع ذكر قيمة العنصر الموضّح.

(٥) $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & ٠ & ١ \\ ١ & ٠ & ٠ \\ ١ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$، $أ_{٢٣}$

(٦) $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٤- & ١ & ٣- \\ ٢ & ١- & ٠ \end{bmatrix}$، $ب_{٢١}$

في التمرينين (٧–٨)، استخدم الجدول أدناه.

عدد التليفزيونات المستخدمة في إحدى الدول بالمليون

النوع/ السنة	١٩٨٠	١٩٨٢	١٩٨٤	١٩٨٧	١٩٩٠	١٩٩٣
ملون	٨٢	٨٥	٨٨	٩٣	٩٦	٩٨
أبيض وأسود	٥١	٤٧	٤٣	٣٦	٣١	٢٠

(٧) وضّح البيانات في صورة مصفوفة حيث الصفوف تمثل نوع التليفزيون، والأعمدة تمثّل السنوات.

وأوجد $أ_{٣٢}$. ماذا يمثّل؟

(٨) اعرض البيانات في مصفوفة بصفوف تمثّل السنوات، وأعمدة تمثّل نوع التليفزيون.

أوجد $أ_{١٤}$ ، ووضّح ماذا يمثّل.

(٩) أوجد قيم كل من س، ص.

$$\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ٨ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤س - ٦ & -١٠ص + ٥س \\ ٤س & -١٠ص + ٧,٥س \end{bmatrix}$$

في التمرينين (١٠–١١)، أوجد قيم المتغيرات بحيث تكون المصفوفتان متساويتين.

(١٠)
$$\begin{bmatrix} ٢س + ٤ & ص - ٥ \\ ل + ٦ & ٢ك - ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ص - ٢ \\ ٤ & ٤ك + ١٥ \end{bmatrix}$$

(١١)
$$\begin{bmatrix} ٤ص + ٢ & -٣ & ٤ل \\ -٤س & ٢ & ٣ \\ ٢ن - ١ & -١٤ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١١ & ٢ك - ١ & ٠ \\ -٨ & ٢ & ٣ \\ ٠ & ٣م - ٢ & ١ \end{bmatrix}$$

جمع وطرح المصفوفات

Adding And Subtracting Matrices

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١–٢)، أوجد ناتج كلّ مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٢ \\ ١ & ٢ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & ٣ & ٢ \\ ٣ & ٢ & ٣ \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} ٦ & ٣- \\ ٧- & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٦- & ٣ \\ ٧ & ٢- \end{bmatrix}$

في التمرينين (٣–٤)، استخدم الحساب الذهني أو الورقة والقلم أو الآلة الحاسبة لإيجاد الناتج:

(٣) $\begin{bmatrix} ٦ & ٩- & ٠ \\ ٨- & ٥ & ٧ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢- & ٤- & ١ \\ ٣ & ١١ & ١٠ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٤ & ٢ \\ ٧ & ٦ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٦ & ٣- \\ ٧ & ٥- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٥ & ٧ \\ ٢- & ٣ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$

في التمارين (٥–٩)، اذكر ما إذا كان الجمع أو الطرح ممكنًا أو غير ممكن مع تفسير إجابتك:

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} & ٤ & ١ \\ ٢ & \frac{٣}{٥} & ٨ & ٩ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٢- \\ ٠,٣٣ & ٤ \\ ٧- & ٠,١٥ \end{bmatrix}$

$\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤٤ \\ ١ & ٠ \\ ١٤ & ٢٣,٣ \end{bmatrix}$ ، $\underline{د} = \begin{bmatrix} ٢- & ٤- & \frac{٧}{٨} & \frac{١١}{٢} \\ ٣ & ٢ & ١- & -\frac{١٠}{١١} \end{bmatrix}$

(٥) $\underline{أ} + \underline{د}$

(٦) $\underline{جـ} + \underline{ب}$

(٧) $\underline{أ} + \underline{ب}$

(٨) $\underline{جـ} - \underline{د}$

(٩) $\underline{ب} + \underline{جـ}$

في التمارين (١٠–١٣)، أوجد $\underline{س}$ في كل مما يلي:

(١٠) $\begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٥ \\ ٢ & ١ & ٣- \end{bmatrix} + \underline{س} = \begin{bmatrix} ٨ & ١ & ٥ \\ ٥ & ٠ & ٦- \end{bmatrix}$

(١١) $\underline{س} - \begin{bmatrix} ١٢ & ٤ \\ ١- & ٧٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥٠ & ٥ \\ ١٠- & ٥٠ \end{bmatrix}$

(١٢) $-\underline{س} + \begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٠ & ٥ & ٩ \\ ١٢ & ٨ & ٣- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥- & ٠ & ٠ \\ ٢ & ٠ & ٢ \\ ٠ & ٥ & ٣- \end{bmatrix}$

(١٣) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٢ & ٤ & ٢٤- \end{bmatrix} = \underline{س} - \begin{bmatrix} ١٣ & ٢٤ & ٥ \\ ٦- & ١٧- & ١ \end{bmatrix}$

(١٤) **تحليل البيانات**: استخدم المعلومات في الجدول المقابل:

(أ) ضع البيانات في مصفوفتين. وميّز كل مصفوفة.

الشباب المختار لممارسة الأنشطة في مركزين مختلفين

	عدد الذكور في المركز	عدد الإناث في المركز
الحاسوب	٥٣	٥٧
الأعمال اليدوية	٥٤	٥٨
رياضة بدنية	٣٩	٢٩
سباحة	٤١	٦٠

(ب) استخدم الفقرة (أ) لإيجاد عدد الشباب (الذكور والإناث) المشترك في كل نشاط بجمع المصفوفتين.

(جـ) أوجد عدد الذكور – عدد الإناث المشتركين في كل نشاط.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

الحساب الذهني: في التمارين (١ – ٤)، أوجد ناتج كلّ مما يلي:

(١)
$$\begin{bmatrix} ٢ & -٣ & ٤ \\ ٥ & ٦ & -٧ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ \end{bmatrix}$$

(٢)
$$\begin{bmatrix} ٥ & ٤ & ٣ \\ ١ & -٢ & ٦ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & ١ & ١ \end{bmatrix}$$

(٣)
$$\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ٥ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & -٥ \\ ١ & -٢ \end{bmatrix}$$

(٤)
$$\begin{bmatrix} ٠,٥ & ٩,٥ \\ -٣,٥ & ٥,٥ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٠,٥ & ٩,٥ \\ ٣,٥- & ٥,٥ \end{bmatrix}$$

(٥) التصنيع: يوضّح الجدول عدد كرات الشاطئ المنتجة في مصنعين ومستويات الإنتاج لفترة عمل واحدة. المصنع الأول يعمل فترتين كل يوم، والمصنع الثاني يعمل ثلاث فترات.

	المصنع الأول		المصنع الثاني	
	بلاستيك	مطاط	بلاستيك	مطاط
لون واحد	٥٠٠	٧٠٠	٤٠٠	١٢٠٠
ثلاثة ألوان	١٣٠٠	١٩٠٠	٦٠٠	١٦٠٠

(أ) اكتب مصفوفات لتمثل الإنتاج اليومي لكلّ مصنع.

(ب) استخدم النتائج من الفقرة (أ). أوجد ناتج طرح المنتج الكلي في المصنع الثاني من المنتج الكلي في المصنع الأول.

في التمارين (٦–٨)، استخدم الحساب الذهني أو الورقة والقلم لإيجاد ناتج كلّ مما يلي:

(٦) $\begin{bmatrix} ٢ & ٤- \\ ٩ & ٥- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٨ & ٢ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$

(٧) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ٥- \\ ٦ & ١ & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ٢- & ٦ \\ ٥- & ٥ & ٦- \end{bmatrix}$

(٨) $\begin{bmatrix} ٩ & ٧- & ٨ \\ ٦ & ٣- & ٤- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١٠ & ٥- & ٢ \\ ٤ & ١ & ٩- \end{bmatrix}$

(٩) **السؤال المفتوح**: صف موقفًا يتطلّب جمع أو طرح معلومات مخزّنة على صورة مصفوفات.

في التمارين (١٠–١٢)، اختر الحساب الذهني أو الورقة والقلم أو الآلة الحاسبة لإيجاد ناتج كلّ مما يلي:

(١٠) $\begin{bmatrix} ٢- & ٠ & ٢ \\ ١ & ٤- & ٥ \\ ٧ & ٠ & ١٠- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٠ \\ ٣ & ٤- & ٥ \\ ٧ & ٠ & ٢- \end{bmatrix}$

(١١) $\begin{bmatrix} ٩- & ١ & ٦ \\ ٥- & ٠ & ٩- \\ ٢ & ٢- & ٣ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٨ & ٠ & ٤ \\ ٥ & ٦- & ٧ \\ ٢- & ٢ & ١- \end{bmatrix}$

(١٢) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & ٠ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$

في التمارين (١٣–١٦)، اذكر ما إذا كان الجمع أو الطرح ممكنًا أو غير ممكن:

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} & ٤ & ٥ \\ ٢ & \frac{٣}{٥} & ٨ & ٩ \end{bmatrix} \quad ، \quad \underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٢- \\ ٠,٣٣ & ٤ \\ ٧- & ٠,١٥ \end{bmatrix}$$

$$\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤٤ \\ ١ & ٠ \\ ١٤ & ٢٣,٣ \end{bmatrix} \quad ، \quad \underline{د} = \begin{bmatrix} ٢- & ٤- & \frac{٧}{٨} & \frac{١١}{٢} \\ ٣ & ٢ & ١- & \frac{١٠}{١١}- \end{bmatrix}$$

(١٣) $\underline{ب} - \underline{جـ}$

(١٤) $\underline{د} + \underline{أ}$

(١٥) $\underline{أ} + \underline{ب} + \underline{جـ}$

(١٦) $\underline{أ} + (\underline{جـ} - \underline{د})$

في التمارين (١٧–٢٠)، أوجد $\underline{س}$ في كل مما يلي:

(١٧) $$\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ١ \\ ٣- & ٤ \end{bmatrix} + \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ & ٦- \\ ١ & ٠ \\ ٨ & ٥ \end{bmatrix}$$

(١٨) $$\begin{bmatrix} ٢ & ١ & ١- \\ ٠ & ٢ & ١ \end{bmatrix} - \underline{س} = \begin{bmatrix} ١١ & ٣ & ١٣- \\ ١٥ & ٩- & ٨ \end{bmatrix}$$

(١٩) $$\underline{س} - \begin{bmatrix} ٧ & ١ \\ ٣ & ٢- \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ & ١ \\ ٣ & ٢- \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

(٢٠) $$\underline{س} + \begin{bmatrix} ١٢ & ٥ \\ ١٧ & ٢٨ \\ ٣- & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٤ & ٢٠ \\ ٥- & ٠ \\ ٣ & ١٩- \end{bmatrix}$$

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

ضرب المصفوفات

Matrices Multiplication

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١—٣)، أوجد ناتج ضرب كلّ مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} -٣ & ٤ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$ _____

(٢) $\begin{bmatrix} -٣ & ٥ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -٣ \\ ٥ \end{bmatrix}$ _____

(٣) $\begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ -١ & -٥ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix}$ _____

(٤) أوجد رتبة مصفوفة الضرب، ثم أوجد الناتج.

$$\begin{bmatrix} ٥ & ٧ & -٢ \\ \frac{-٤}{٥} & ٣ & ٦ \\ ٠ & \frac{-٢}{٣} & ٤ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ١ & ١ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix}$$ _____

في التمارين (٥—٩)، حدّد ما إذا كان الضرب معرّفًا أم لا.

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٦ & ٩ \end{bmatrix}$ $\underline{ب} = \begin{bmatrix} -٣ & ٦ \\ ٢ & -٤ \end{bmatrix}$ $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} -٥ \\ ٦ \end{bmatrix}$ $\underline{د} = \begin{bmatrix} ٠ & ٧ \end{bmatrix}$

(٥) $\underline{أ} \times \underline{ب}$ _____

(٦) $\underline{أ} \times \underline{جـ}$ _____

(٧) $\underline{جـ} \times \underline{ب}$ _____

(٨) $\underline{د} \times \underline{أ}$ _____

(٩) $\underline{د} \times \underline{جـ}$ _____

في التمارين (١٠–١٢)، أوجد ناتج ضرب كلّ مما يلي:

(١٠) $٢\begin{bmatrix} ٤ & -١ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$

(١١) $٠,٥\begin{bmatrix} ١٤ & ٣ \\ -٤ & ٧ \end{bmatrix}$

(١٢) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٠ & -١ \\ -١ & ٠ \end{bmatrix}$

(١٣) **الاختيار من متعدد:** تبيّن الأعمدة في المصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٨ \\ ٠ & ١٢ \end{bmatrix}$ بالترتيب، عدد المماحي وعدد الأقلام المباعة. وتبيّن الصفوف بالترتيب الأعداد المباعة يومي الاثنين والثلاثاء.

تبيّن المصفوفة $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٠,٠٥٠ \\ ٠,٠٢٥ \end{bmatrix}$، كلفة كل من الممحاة والقلم. ناتج $\underline{أ} \times \underline{ب}$ يمثل:

(أ) ثمن كل المماحي المباعة يومي الاثنين والثلاثاء، وثمن الأقلام في هذين اليومين.

(ب) مجموع ثمن المماحي والأقلام يوم الاثنين، ومجموع ثمنهما يوم الثلاثاء.

(جـ) مجموع ثمن الأقلام والمماحي.

(د) ثمن قلم واحد وممحاة واحدة

في التمارين (١٤–١٧)، استخدم المصفوفات د، و، ف. نفذ العمليات المطلوبة إذا كانت معرّفة. وإذا كانت إحدى العمليات غير معرّفة فاكتب «غير معرّفة».

$$\underline{د} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ & -١ \\ ٠ & ٣ & ١ \\ ٢ & -١ & -٢ \end{bmatrix}, \quad \underline{و} = \begin{bmatrix} ٢ & -٥ & ٠ \\ ١ & ٠ & -٢ \\ ٣ & ١ & ١ \end{bmatrix}, \quad \underline{ف} = \begin{bmatrix} -٣ & ٢ \\ -٥ & ١ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$$

(١٤) $\underline{د} \times \underline{و}$

(١٥) $(\underline{د} \times \underline{و}) \times \underline{ف}$

(١٦) $\underline{د} - ٢ \times \underline{و}$

(١٧) $(٢ \times \underline{د})(٣ \times \underline{ف})$

(١٨) تعرض شركة تبيع الخردوات في محلاتها الأسعار في مصفوفة من الرتبة ١ × ٣ ومبيعات المحال الثلاثة اليومية في مصفوفة من الرتبة ٣ × ٣.

	مطرقة	منبه ضوئي	قنديل
	٠,٣٠٠ دينار	٠,٥٠٠ دينار	٠,٧٠٠ دينار

	المحل أ	المحل ب	المحل ج
مطرقة	١٠	٩	٨
منبه ضوئي	٣	١٤	٦
قنديل	٢	٥	٧

(أ) أوجد ناتج ضرب المصفوفتين. اشرح ما الذي يمثله.

(ب) كيف يمكن إيجاد المبيع العام في المحال الثلاثة؟

(جـ) أوجد مبيع المنبهات الضوئية في المحال الثلاثة.

(١٩) **السؤال المفتوح**: اكتب مصفوفتين $\underline{س}$، $\underline{ص}$ من الرتبة ٢ × ٢ ليست كل العناصر متساوية بحيث يكون $\underline{س} \times \underline{ص} = \underline{ص} \times \underline{س}$.

(٢٠) أوجد قيمة كل من س ، ص: $\begin{bmatrix} ٢س & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & -ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٤ & -٩ \\ ٢ & ٦ \end{bmatrix}$

في التمرين (٢١)، استخدم المصفوفات $\underline{أ}$، $\underline{ب}$، $\underline{جـ}$، حدّد ما إذا كان التعبيران في الزوج التالي متساويين.

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix} \qquad \underline{ب} = \begin{bmatrix} ٠ & ١- \\ ٣ & ٢- \end{bmatrix} \qquad \underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ١ & ٢- \end{bmatrix}$$

(٢١) $(\underline{أ} + \underline{ب}) \times \underline{جـ}$، $\underline{أ} \times \underline{جـ} + \underline{ب} \times \underline{جـ}$.

(٢٢) إذا كانت $\underline{م} = \begin{bmatrix} ٤ & ٣- \\ ١ & ٢- \end{bmatrix}$، $\underline{ن} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٥ & ٢- \end{bmatrix}$، فهل $\underline{م} \times \underline{ن} = \underline{ن} \times \underline{م}$ ؟ فسّر.

(٢٣) أي ضرب مما يلي غير معرّف؟

(أ) $\begin{bmatrix} ١- \\ ٢ \end{bmatrix} [٢ \quad ١-]$

(ب) $\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٢ & ١- \end{bmatrix} [٢ \quad ١-]$

(جـ) $\begin{bmatrix} ١- & ٢ \\ ١- & ٢ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٢ & ١- \end{bmatrix}$

(د) $[٢ \quad ١-] \begin{bmatrix} ١- \\ ٢ \end{bmatrix}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١ – ٤)، أوجد ناتج ضرب كلّ مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٤- & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٤- \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} ٣- & ٠ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٣- & ٥ \end{bmatrix}$

(٣) $١- \begin{bmatrix} ٩ & ٧- & ٤- \\ ٨- & ٢- & ٣ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ١- & ٠ \\ ٠ & ١- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١- & ٠ & ١ \\ ٠ & ١- & ١ \end{bmatrix}$

في التمارين (٥–٩)، حدّد ما إذا كان الضرب معرّفًا أم لا مع تفسير إجابتك.

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٦ & ٩ \end{bmatrix} \quad \underline{ب} = \begin{bmatrix} -٣ & ٦ \\ ٢ & -٤ \end{bmatrix} \quad \underline{جـ} = \begin{bmatrix} -٥ \\ ٦ \end{bmatrix} \quad \underline{د} = \begin{bmatrix} ٠ & ٧ \end{bmatrix}$$

(٥) $\underline{ب} \times \underline{أ}$

(٦) $\underline{جـ} \times \underline{أ}$

(٧) $\underline{ب} \times \underline{جـ}$

(٨) $\underline{أ} \times \underline{د}$

(٩) $\underline{جـ} \times \underline{د}$

في التمارين (١٠–١٣)، استخدم المصفوفات $\underline{د}$ ، $\underline{و}$ ، $\underline{ن}$ ثم نفذ العمليّات المطلوبة إذا كانت معرّفة. وإذا كانت إحدى العمليّات غير معرّفة فاكتب «غير معرّفة».

$$\underline{د} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ & -١ \\ ٠ & ٣ & ١ \\ -٢ & -١ & ٢ \end{bmatrix} \quad \underline{و} = \begin{bmatrix} ٢ & -٥ & ٠ \\ ١ & ٠ & -٢ \\ ٣ & ١ & ١ \end{bmatrix} \quad \underline{ن} = \begin{bmatrix} -٣ & ٢ \\ -٥ & ١ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$$

(١٠) $-٣ \times \underline{ن}$

(١١) $\underline{د} \times (\underline{و} \times \underline{ن})$

(١٢) $(\underline{و} - \underline{د}) \times \underline{ن}$

(١٣) $(\underline{د} \times \underline{د}) \times \underline{و}$

(١٤) **الكتابة في الرياضيات:** لنفرض أن المصفوفة $\underline{أ}$ هي من الرتبة ٢ × ٣ والمصفوفة $\underline{ب}$ من الرتبة ٣ × ٢. هل $\underline{أ} \times \underline{ب}$ ، $\underline{ب} \times \underline{أ}$ متساويتان؟ اشرح تفكيرك.

(١٥) اكتب مصفوفة تمثل العائد اليومي للبطاقات المباعة مستخدمًا الجدولين التاليين:

	درجة ١	درجة ٢	درجة ٣
أسعار البطاقات بالدينار	٧	٦	٥

	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
عدد البطاقات المباعة درجة ١	١٥٠	١٣٠	١٦٠
عدد البطاقات المباعة درجة ٢	١٢٥	١٣٠	١٧٥
عدد البطاقات المباعة درجة ٣	٦٠	٥٢	٨٠

(١٦) أوجد قيمة كل من س ، ص إذا كانت:

$$\begin{bmatrix} ٢س & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٢س & -ص \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -٤ & -٩ \\ ٠ & ٦ \end{bmatrix}$$

في التمرين (١٧)، استخدم المصفوفات $\underline{أ}$ ، $\underline{ب}$، $\underline{هـ}$ لتبين صحة العبارة.

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} \qquad \underline{ب} = \begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix} \qquad \underline{هـ} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

(١٧) $(\underline{أ} + \underline{ب}) \times \underline{هـ} = \underline{أ} \times \underline{هـ} + \underline{ب} \times \underline{هـ}$.

مصفوفات الوحدة والنظير الضربي (المعكوس)

Identity Matrices and Inverse Matrix

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١–٢)، بيّن أن كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى.

(١) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} ٣ & ٢- \\ ٤- & ٣ \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} \frac{١}{٥} & \frac{١}{١٠}- \\ ٠ & \frac{١}{٤} \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٠ & ٤ \end{bmatrix}$

في التمارين (٣–٥)، أوجد محدّد كل مصفوفة.

(٣) $\begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٦- & ٢- \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} \frac{١}{٢} & \frac{٢}{٣} \\ \frac{٣}{٥} & \frac{١}{٤} \end{bmatrix}$

(٥) $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$

في التمارين (٦–٩)، أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة إن وجد، وإذا لم يوجد فاكتب «لا يوجد نظير ضربي» مع ذكر السبب.

(٦) $\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

(٧) $\begin{bmatrix} ٤ & ٨ \\ ٣- & ٢- \end{bmatrix}$

(٨) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$

(٩) $\begin{bmatrix} ٨- & ٦ \\ ٤ & ٣- \end{bmatrix}$

في التمارين (١٠–١٢)، حلّ كل معادلة في س. وإذا كان من غير الممكن حلها، فاكتب السبب.

(١٠) $\begin{bmatrix} ٧ & ١٢ \\ ٣ & ٥ \end{bmatrix} \times \underline{\underline{س}} = \begin{bmatrix} ١- & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$

(١١) $\begin{bmatrix} ٤- & ٠ \\ ١- & ٠ \end{bmatrix} \times \underline{\underline{س}} = \begin{bmatrix} ٠ \\ ٤ \end{bmatrix}$

(١٢) $\underline{\underline{س}} \times \begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ٤ & ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٦ & ٣١ \\ ١٢ & ٢٧ \end{bmatrix}$

في التمارين (١٣–١٥)، أوجد قيمة كل محدد.

(١٣) $\begin{vmatrix} ٤ & ٥ \\ ٤- & ٤ \end{vmatrix}$

(١٤) $\begin{vmatrix} \frac{١}{٢}- & ٢ \\ ٢- & ٨ \end{vmatrix}$

(١٥) $\begin{vmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{vmatrix}$

في التمرينين (١٦–١٧)، هل كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى؟ اشرح إجابتك.

(١٦) $\begin{bmatrix} ٢ & ٠,٥ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} ٢- & ١ \\ ١٠ & ٤- \end{bmatrix}$

(١٧) $\begin{bmatrix} ٣- & ٤ \\ ٦ & ٨- \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} ١- & ٠ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$

(١٨) أوجد المصفوفة س: $\begin{bmatrix} ٤ & ٧ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ س + $\begin{bmatrix} ٢ & ٧ \\ -٣ & ٤ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$

---

* (١٩) حل المعادلة: $-٢\begin{bmatrix} -٢ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & -٣ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix} \times$ س + $\begin{bmatrix} ٠ & -٣ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٩ & -٢٧ \\ ١٠ & -٢٤ \end{bmatrix}$

---

(٢٠) إذا كانت س ∈ ح: أ = $\begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ -٣ & -١ \end{bmatrix}$ ونظيرها الضربي: س $\begin{bmatrix} -١ & -٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$، فما قيمة س؟

المجموعة ب تمارين تعزيزية

بيّن أن كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى.

(١) $\begin{bmatrix} -٣ & ٧ \\ -٢ & ٥ \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} -٥ & ٧ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$

في التمارين (٢–٤)، أوجد محدّد كل مصفوفة.

(٢) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠,٥ \\ ١,٥ & ٢ \end{bmatrix}$

(٣) $\begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} -٢ & ٠ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix}$

في التمارين (٥–٨)، أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة إذا وجد، وإذا لم يوجد فاكتب «لا يوجد نظير ضربي».

(٥) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$

(٦) $\begin{bmatrix} -١,٥ & ٣ \\ ٢,٥ & -٠,٥ \end{bmatrix}$

(٧) $\begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$

(٨) $\begin{bmatrix} -٢ & ١ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$

(٩) أوجد $\underline{\text{س}}$: $\begin{bmatrix} -٣ & ٥ \\ -٢ & ٤ \end{bmatrix} \times \underline{\text{س}} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

في التمرينين (١٠–١١)، أوجد قيمة كل محدد.

(١٠) $\begin{vmatrix} -٣ & ١٠ \\ ٦ & ٢٠ \end{vmatrix}$

(١١) $\begin{vmatrix} ٦ & ٩ \\ ٣ & ٦ \end{vmatrix}$

(١٢) هل كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى؟ اشرح.

$\begin{bmatrix} -٢ & -٢ \\ -٥ & -٤ \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} ٢ & -٢,٥ \\ -١ & ١ \end{bmatrix}$

(١٣) أوجد $\underline{\text{س}}$: $\begin{bmatrix} ١ & ٩ \\ -٦ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٧ & -٩ \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix} \times \underline{\text{س}} + \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٤ & -٣ \end{bmatrix}$

*(١٤) حل المعادلة:

$$\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٠ & -٦ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} \times \underline{\text{س}} - \begin{bmatrix} ٢ & -٢٦ \\ ٣ & -١٨ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢٥ \\ ٢ & ٢٤ \end{bmatrix}$$

حل نظام من معادلتين خطيتين

Solving System of Two Linear Equations

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١-٢)، اكتب نظام المعادلات التالية على شكل معادلة مصفوفية محددًا مصفوفة المعاملات ومصفوفة المتغيرات ومصفوفة الثوابت.

(١) $\left\{\begin{array}{l} س + ص = ٥ \\ س - ٢ص = -٤ \end{array}\right.$

(٢) $\left\{\begin{array}{l} ٢س + ٥ص = ٠ \\ س + ص = ٢ \end{array}\right.$

في التمرينين (٣-٤)، اكتب المعادلات المصفوفية التالية على شكل نظام معادلات.

(٣) $\begin{bmatrix} ٣ & -١ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ \\ ٣ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ -٢ & -١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ \\ -٢ \end{bmatrix}$

في التمرينين (٥-٦)، استخدم النظير الضربي للمصفوفة لحل نظام معادلات.

(٥) $\left\{\begin{array}{l} س + ٣ص = ٥ \\ س + ٤ص = ٦ \end{array}\right.$

(٦) $\left\{\begin{array}{l} س - ٣ص = -١ \\ -٥س + ١٦ص = ٥ \end{array}\right.$

في التمارين (٧–٩)، بيّن ما إذا كان لنظام معادلات حلًّا وحيدًا أم لا.

(٧) $\left.\begin{array}{l} ٢٠س + ٥ص = ٢٤٠ \\ ص + ٢٠س = ٠ \end{array}\right\}$

(٨) $\left.\begin{array}{l} ٣س + ٢ص = ١٠ \\ ٦س + ٤ص = ١٦ \end{array}\right\}$

(٩) $\left.\begin{array}{l} ص = \frac{٢}{٣}س - ٣ \\ ص = -س + ٧ \end{array}\right\}$

في التمارين (١٠–١٢)، استخدم قاعدة كرامر لحل نظام معادلات.

(١٠) $\left.\begin{array}{l} ٢س + ص = ٤ \\ ٣س - ص = ٦ \end{array}\right\}$

(١١) $\left.\begin{array}{l} ٢س + ص = ٧ \\ -٢س + ٥ص = -١ \end{array}\right\}$

(١٢) $\left.\begin{array}{l} \frac{س}{٢} + \frac{ص}{٤} = ٤ \\ \frac{س}{٤} - \frac{٣ص}{٨} = -٢ \end{array}\right\}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١–٢)، اكتب نظام المعادلات التالية على شكل معادلة مصفوفية، محددًا مصفوفة المعاملات ومصفوفة المتغيرات ومصفوفة الثوابت.

(١) $\left.\begin{array}{l} ص = ٣س - ٧ \\ ص = ٢ \end{array}\right\}$

(٢) $\left.\begin{array}{l} س + ٢ص = ١١ \\ ٢س + ٣ص = ١٨ \end{array}\right\}$

في التمرينين (٣–٤)، استخدم النظير الضربي للمصفوفة لحل نظام المعادلات.

(٣) $\left.\begin{array}{l} ٢س + ٣ص = ١٢ \\ س + ٢ص = ٧ \end{array}\right\}$

(٤) $\left.\begin{array}{l} ٢س + ٣ص = ٥ \\ س + ٢ص = ٦ \end{array}\right\}$

في التمرينين (٥–٦)، حلّ المعادلة المصفوفية إن أمكن:

(٥) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ٨ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

(٦) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ٦ & ٤- \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \end{bmatrix}$

في التمرينين (٧–٨)، استخدم قاعدة كرامر لحل نظام معادلات.

(٧) $\left.\begin{array}{l} ٠,٥ س + ١,٥ ص = ٧ \\ ٢,٥ س - ٣,٥ ص = -٩ \end{array}\right\}$

(٨) $\left.\begin{array}{l} \frac{س}{٥} - \frac{٢ص}{٥} = ٤ \\ \frac{٢س}{٥} - \frac{٣ص}{٥} = ٥ \end{array}\right\}$

(٩) ينتج أحد المصانع أقلام رصاص ومماحي. يبلغ ثمن علبة تحتوي على ٥ مماحي وقلمي رصاص ١ ٥٠٠ فلس. ويبلغ ثمن علبة أخرى تحتوي على ٧ مماحي و٥ أقلام ٢ ٦٥٠ فلسًا.

أوجد ثمن المماحة وثمن القلم مستخدمًا النظير الضربي للمصفوفة.

مراجعة الوحدة السابعة

(١) يبيّن الجدول درجات الحرارة العظمى والصغرى المسجلة في ست مناطق.

المنطقة	الدرجة العظمى	الدرجة الصغرى
١	٣٠°	٣٧°−
٢	٤٠°	٣٣°−
٣	٤٢°	١٤°−
٤	٣٧°	١°−
٥	٣٩°	٢٨°−
٦	٤٤°	٢°−

(أ) اعرض البيانات في مصفوفة (في كل صف الدرجة العظمى والدرجة الصغرى لمنطقة). ما أبعاد هذه المصفوفة؟

(ب) حدّد $أ_{٢٤}$

في التمرينين (٢–٣)، أوجد الناتج .

(٢) $\begin{bmatrix} ٩ & ٢ \\ ٨ & ١- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٧ & ٥- \\ ٦ & ٣ \end{bmatrix}$

(٣) $\begin{bmatrix} ١ & ١٣ & ١٦ \\ ٢٤ & ٣- & ١٩ \\ ٩ & ١٠ & ٢٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢٢ & ٧ & ١٨- \\ ٥ & ١٥ & ١١ \\ ١٢ & ١٤ & ١٧- \end{bmatrix}$

في التمارين (٤–٧)، أوجد ناتج ضرب كل مما يأتي إن أمكن مع ذكر السبب.

(٤) $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٠ & ٣ \\ ٤ & ٧ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٦ & ١ \end{bmatrix}$

(٥) $-٣\begin{bmatrix} ١٠ & ٣ \\ ٤- & ٢١ \end{bmatrix}$

(٦) $\begin{bmatrix} ٩ & ١٥ & ٦ \\ ٨- & ٢ & ٧ \\ ٦٣ & ٨- & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢ & ٤ & ٠ \\ ٥- & ٠ & ٨ \end{bmatrix}$

(٧) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$

في التمرينين (٨–٩)، أوجد محدد كل مصفوفة.

(٨) $\begin{bmatrix} ٦- & ٧- \\ ٥ & ٨ \end{bmatrix}$

(٩) $\begin{bmatrix} ١ & ٥- \\ ٢- & ٩ \end{bmatrix}$

في التمرينين (١٠–١١)، أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة إن أمكن مع ذكر السبب.

(١٠) $\begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$

(١١) $\begin{bmatrix} ٧ & ٨ \\ ١٤- & ١٦- \end{bmatrix}$

في التمارين (١٢–١٧)، حل في $\underline{س}$.

(١٢) $\begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ١- & ١- \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٣ \\ ٢ \end{bmatrix}$

(١٣) $\begin{bmatrix} ٢ & ٦ \\ ٤ & -١ \end{bmatrix} - \underline{س} = \begin{bmatrix} ١ & ٨ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$

(١٤) $\underline{س} + \begin{bmatrix} ١ & ٣ & ٦ \\ -١ & ٢ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ & ١ & ٠ \\ ١٤ & ٣ & -١ \end{bmatrix}$

(١٥) $\begin{bmatrix} -٣ & -٢ \\ ١ & ١ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٨ & -١ \\ ٦ & ٠ \end{bmatrix}$

(١٦) $٤\underline{س} + ٣ \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & -٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٨ \\ ٥ & -٢ \end{bmatrix}$

(١٧) $٢\underline{س} = \frac{١}{٤} \begin{bmatrix} -٦ & ٢ \\ ٨ & -٨ \end{bmatrix}$

(١٨) حل النظام: $\begin{cases} ٢س - ص = ٢ \\ ٢س - ٢ص = ٤ \end{cases}$ مستخدمًا النظير الضربي.

(١٩) حل النظام: $\begin{cases} -٣س + ٥ص = -٤ \\ س - ٣ص = ٤ \end{cases}$ مستخدمًا طريقة كرامر.

(٢٠) اكتب مصفوفتين $\underline{أ}$، $\underline{ب}$ كل منهما من الرتبة ٢ × ٢.
أثبت أن ضرب المصفوفات هو غير إبدالي.

(٢١) هل كل مصفوفة مما يلي هي النظير الضربي للأخرى؟
$\begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ -٣ & ١ \end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix} -١ & -١ \\ -٣ & -٢ \end{bmatrix}$

(٢٢) اشتريت ١٠ قرنفلات و٥ أقحوانات بمبلغ ١٢,٥٠٠ دينارًا. وبعد ظهر اليوم نفسه اشتريت ٥ قرنفلات و٨ أقحوانات بمبلغ ١١,٧٥٠ دينارًا.

فما سعر القرنفلة الواحدة والأقحوانة الواحدة باستخدام المصفوفات؟

تمارين إثرائية

(١) لنعتبر $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١- & ٠ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١- & ٣- \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix}$

(أ) هل للمصفوفات: $\underline{أ}$، $\underline{ب}$ ، $\underline{أ} + \underline{ب}$ نظير ضربي؟

(ب) أوجد $\underline{أ}^{-١}$، $\underline{ب}^{-١}$، $(\underline{أ} + \underline{ب})^{-١}$.

(جـ) وضّح ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة:

إذا كانت $\underline{أ}$ ، $\underline{ب}$ مصفوفتان ذات نظير ضربي، $\underline{أ} + \underline{ب}$ هي مصفوفة ذات نظير ضربي فإن:

$(\underline{أ} + \underline{ب})^{-١} = \underline{أ}^{-١} + \underline{ب}^{-١}$.

(د) أعطِ مثلًا عن مصفوفتين ذات نظير ضربي شرط ألا يكون لمصفوفة مجموعهما نظيرًا ضربيًّا.

(٢) لنعتبر $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٣ & ٤- \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٥ & ١ \\ ٠ & ٢- \end{bmatrix}$

(أ) أوجد $\underline{أ} + \underline{ب}$ ، ثمّ $(\underline{أ} + \underline{ب})^{٢}$.

(ب) أوجد $\underline{أ}^{٢}$ ، $\underline{أ} \times \underline{ب}$ ، $\underline{ب}^{٢}$ ثمّ $\underline{أ}^{٢} + ٢\underline{أ} \times \underline{ب} + \underline{ب}^{٢}$. قارن بين إجابتيك في (ب)، (أ).

(جـ) طبّق الخطوتين (أ)، (ب) باستخدام $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٥- & ١ \\ ٣- & ١ \end{bmatrix}$

(٣) إذا طرحنا ثلاثة أمثال عمر ربيع من مثلي عمر جاد نحصل على ٥. أمّا إذا طرحنا ثلاثة أمثال عمر جاد من خمسة أمثال عمر ربيع نحصل على -٢.

(أ) مثّل المسألة أعلاه على شكل نظام معادلتين من متغيرين.

(ب) اكتب نظام معادلات على شكل معادلة مصفوفية: $\underline{أ} \times \underline{س} = \underline{ب}$ ،

حيث $\underline{أ}$ هي مصفوفة مرّبعة من الرتبة ٢ × ٢، $\underline{س} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب}$ من الرتبة ٢ × ١.

(جـ) أوجد محدد المصفوفة $\underline{أ}$. هل للمصفوفة $\underline{أ}$ نظير ضربي؟ إذا كان لها نظيرًا ضربيًّا فأوجد $\underline{أ}^{-١}$.

(د) أوجد قيم س، ص باستخدام $\underline{أ}^{-١}$.

(هـ) حل نظام معادلات مستخدمًا قاعدة كرامر.

(٤) لنأخذ المصفوفات التالية:

$$\underline{و} = \begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ١ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٠ \end{bmatrix} \quad ، \quad \underline{أ} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ \end{bmatrix}$$

(أ) احسب $\underline{أ}^{٢}$ ، $\underline{أ}^{٣}$.

(ب) لكل عدد حقيقي س، نعتبر المصفوفة $\underline{م}(س)$، حيث إنّ:

$$\underline{م}(س) = \underline{و} + س\,\underline{أ} + \frac{س^{٢}}{٢} \times (\underline{أ}^{٢}).$$

١. تحقق من أنّ: $\underline{م}(س) = \begin{bmatrix} ١ & س & \frac{س^{٢}}{٢} \\ ٠ & ١ & س \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$

٢. احسب: $\underline{م}(٠)$ ، $\underline{م}(٤)$.

٣. س، ص عددان حقيقيان، احسب $\underline{م}(س) \times \underline{م}(ص)$.

٤. برهن أنّ: $\underline{م}(س) \times \underline{م}(ص) = \underline{م}(س + ص)$.

(٥) التفكير الناقد: لتكن $\underline{أ} = \begin{bmatrix} أ & جـ \\ ب & د \end{bmatrix}$. ما هي قيم العناصر أ ، ب ، جـ ، د عندما يكون النظير الضربي للمصفوفة $\underline{أ}$ هو $\underline{أ}$ ؟ **(مساعدة:** هناك أكثر من إجابة صحيحة واحدة).

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

دائرة الوحدة في المستوى الإحداثي

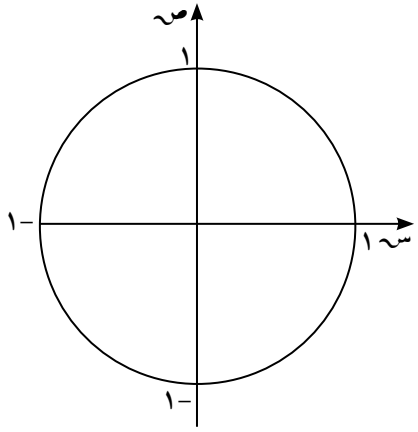
The Unit Circle in the Coordinate Plane

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) أكمل الجدول أدناه.

القياس بالدرجات	القياس بالراديان
٤٥°	
	$\frac{3\pi}{4}$
	$-\pi$
$-150°$	
$-225°$	
	$\frac{5\pi}{6}$

(٢) اذكر النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها ٣٠°، ثمّ أوجد كلاً من:



(أ) جا٣٠° _____

(ب) جتا٣٠° _____

(جـ) ظا٣٠° _____

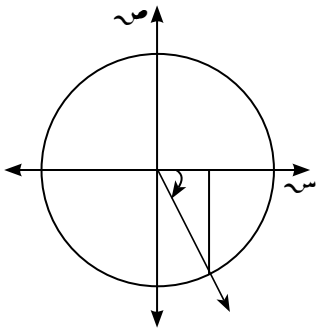
(د) ظتا٣٠° _____

(هـ) قا٣٠° _____

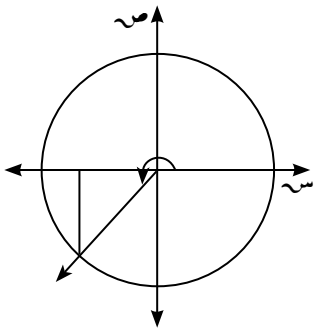
(و) قتا٣٠° _____

في التمرينين (٣-٤)، باستخدام دائرة الوحدة أوجد جيب تمام الزاوية وجيب الزاوية لكل من:

(٣) -٦٠°



(٤) ٢٢٥°



في التمارين (٥-٧)، بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد جيب تمام، جيب، ظل الزاوية على الترتيب لكلّ من الزوايا التالية:

(٥) $\frac{\pi}{٤}$

(٦) ٦٠°

(٧) ٠°

في التمارين (٨-١١)، في أيّ ربع أو على أيّ محور يقع الضلع النهائي لكلّ من الزوايا التالية:

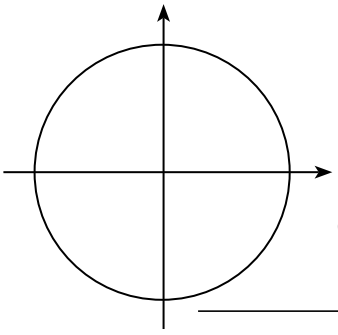
(٨) ١٥٠°

(٩) $-\pi$

(١٠) -٦٠°

(١١) $\frac{٧\pi}{٦}$

(١٢) (أ) أكمل الفراغ في الرسم أدناه.



الربع الأول

جتاθ > ٠

جاθ > ٠

الربع الثاني

جتاθ _____

جاθ _____

الربع الثالث

جتاθ _____

جاθ _____

الربع الرابع

جتاθ _____

جاθ _____

(ب)افترض أن جتاθ سالبة جاθ موجبة. يقع الضلع النهائي للزاوية θ في:

(أ) الربع الأول (ب) الربع الثاني (جـ) الربع الثالث (د) الربع الرابع

(١٣) **الكتابة في الرياضيات:** فسِّر كيفية إيجاد جيب، جيب تمام الزوايا التالية: ٠°، ٩٠°، ١٨٠°، ٢٧٠°، ٣٦٠° بدون استخدام الآلة الحاسبة.

في التمارين (١٤-١٧)، ارسم كلًّا من الزوايا الموجهة التالية في وضع قياسي، ثم عيّن زاوية الإسناد وأوجد قياسها.

(١٤) ٢١٠°

(١٥) $\frac{\pi ٢}{٣}$

(١٦) ١٧٠°

(١٧) $\frac{\pi ٧}{٣}$

في التمرينين (١٨-١٩)، اختر الإجابة الصحيحة:

(١٨) الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها تختلف عن الزوايا الأخرى هي:

(أ) ١٩٠° (ب) ١٧٠°

(جـ) ٣٥٠° (د) ١١٠°

(١٩) الزاوية التي في الوضع القياسي وضلعها النهائي يمر بالنقطة م$\left(\frac{-\sqrt{٢٧}}{٢} ، \frac{\sqrt{٢٧}}{٢}\right)$ التي تقع على دائرة الوحدة هي:

(أ) ٤٥° (ب) ٢٢٥°

(جـ) ١٣٥° (د) ٣٣٠°

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

في التمارين (١-٤)، إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

(١) جتا(-٣٠٠°) = $\frac{١}{٢}$ (أ) (ب)

(٢) جا(١٢٠°) = $\frac{١}{٢}$ (أ) (ب)

(٣) ظا(-١٥٠°) = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (أ) (ب)

(٤) قا(٣١٥°) = $\sqrt{٢}$ (أ) (ب)

في التمارين (٥-٩)، اختر الإجابة الصحيحة:

(٥) الزاوية التي يقع ضلعها النهائي في الربع الرابع في ما يلي هي:

(أ) -٣٢٠° (ب) -٢٧٠°

(جـ) $\frac{\pi ٥}{٣}$ (د) $\frac{\pi ١٣}{٩}$

(٦) الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها يختلف عن الزوايا الأخرى هي:

(أ) $\frac{\pi ٧}{٤}$ (ب) ١٣٥°

(جـ) $\frac{\pi ٣}{٤}$ (د) ٢١٥°

(٧) الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها $\frac{\pi}{٣}$ هي:

(أ) $\frac{\pi ١١}{٦}$ (ب) ٢٥٥°

(جـ) $\frac{\pi ٧}{٨}$ (د) $\frac{\pi ٥}{٣}$

(٨) زاوية في الوضع القياسي قياسها يساوي -٢٢٥°. فإن النقطة المثلثية التي يمكن أن تقع على الضلع النهائي لهذه الزاوية هي:

(أ) $\left(\frac{\sqrt{٢}}{٢}، \frac{-\sqrt{٢}}{٢}\right)$ (ب) $\left(\frac{-\sqrt{٢}}{٢}، \frac{\sqrt{٢}}{٢}\right)$

(جـ) $\left(\frac{-\sqrt{٢}}{٢}، \frac{-\sqrt{٢}}{٢}\right)$ (د) (-١، ١)

(٩) $[\text{جا}(-١٣٥°)]^{٢} + [\text{جتا}(-١٣٥°)]^{٢}$ =

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$

(جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) صفر

العلاقات بين الدوال المثلثية (١)

Relations Between Trigonometric Functions (1)

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) اكتب النسب المثلثية التالية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية θ.

(أ) جا(π + θ)

(ب) جتا(π − θ)

(جـ) جا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$

(د) جتا$\left(\theta - \frac{\pi}{٢}\right)$

(٢) اكتب النسب المثلثية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية س.

(أ) ظا(١٨٠° − س)

(ب) جتا(١٨٠° + س)

(جـ) جا(− س)

(٣) استخدم ما تعلمته لكتابة النسب المثلثية التالية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية θ.

(أ) ظتا(π + θ)

(ب) قتا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$

(جـ) ظتا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$

(د) قا(−θ)

(٤) أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة.

(أ) جا١٥٠°

(ب) ظا(-٢٢٥°)

(جـ) جتا(-١٣٥°)

(٥) أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة.

(أ) جتا $\frac{٧\pi}{٦}$

(ب) جا$\left(-\frac{٢\pi}{٣}\right)$

(جـ) ظا $\frac{١١\pi}{٦}$

(٦) أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة.

(أ) جا٣٩٠°

(ب) قتا٤٥٠°

(جـ) قا $\frac{١٧\pi}{٤}$

في التمارين (٧-١٠)، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة .

(٧) إذا كانت جاθ = ٠,٢ فإن جا($\theta + \pi$) = ٠,٢ (أ) (ب)

(٨) إذا كانت جتا$\theta = \frac{٢}{٣}$ فإن قا$\theta = \frac{٣}{٢}$ (أ) (ب)

(٩) إذا كانت ظاθ = ٣ فإن ظتا($\theta + \pi$) = ٣ (أ) (ب)

(١٠) إذا كانت جا$\theta = \frac{١}{٥}$ فإن قتا($\theta + \pi$) = -٥ (أ) (ب)

(١١) بسّط التعبيرات التالية لأبسط صورة:

(أ) جتا($\theta - \pi$) - جتا($-\theta$) + جا($\theta + \pi$) + جتا$\left(\theta - \frac{\pi}{٢}\right)$.

(ب) جا($\theta + \pi$) - جتا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$ + جتا($\pi - \theta$) + جا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$.

(١٢) حلّ المعادلات التالية:

(أ) جتا س = $+\frac{١}{٢}$ _____

(ب) ظتا س = $\sqrt{٣}$ _____

(جـ) ٢ جا س = $+\sqrt{٢}$ _____

(د) جا(٤س) = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ _____

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة.

ظا٢٢٥° − ٣جا٣٠°١٢ + ٢جتا(−٩٦٠°) = $-\frac{٣}{٢}$ (أ) (ب)

قتا $\frac{\pi ١٩}{٦}$ − ٢قا $\frac{\pi ١٣}{٦}$ + جا$\left(-\frac{\pi ٨}{٣}\right)$ − جتا$\left(\frac{\pi ١٧}{٦}\right)$ = ٢ (أ) (ب)

ظتا $\frac{\pi ١٩}{٤}$ − ٣ظا$\left(-\frac{\pi ١١}{٦}\right)$ + جتا$\left(\frac{\pi ٢٤}{٣}\right)$ − ٢جا$\left(\frac{\pi ٤٥}{٦}\right)$ = ١ (أ) (ب)

قا(−٣١٥°) + ٢قتا٥٨٥° − ٢جتا٨٥٥° = $\sqrt{٢}$ (أ) (ب)

(٢) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة.

إذا كان جا س = $\sqrt{٣}$ فإن مجموعة الحل = ∅ (أ) (ب)

إذا كان جتا س = $\frac{١}{٢}$ فإن س = $\frac{\pi}{٣}$ (أ) (ب)

إذا كانت س = $\frac{\pi}{٦}$ فإن جا س = $\frac{١}{٢}$ (أ) (ب)

مجموعة حل قا س = ٠,٣ هي ∅ (أ) (ب)

ظا ($\pi ١٥$) = صفر (أ) (ب)

في التمارين (٣-٥)، اختر الإجابة الصحيحة:

(٣) النسبة المثلثية في ما يلي التي قيمتها $\frac{١}{٢}$ هي:

(أ) جا(−٣٣٠°) (ب) جتا(−٢٤٠°) (جـ) ظتا(−١٥٠٠°) (د) ظا٧٦٥°

(٤) النسبة المثلثية في ما يلي التي قيمتها $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$:

(أ) جتا $\frac{\pi ٣١}{٦}$ (ب) جا$\left(-\frac{\pi ٣٥}{٣}\right)$ (جـ) ظا $\frac{\pi ١٧}{٦}$ (د) قا $\frac{\pi ١٣}{٣}$

(٥) إن قيمة المقدار قا($\pi ٢ - \theta$) − قتا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$ + جتا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$ + جاθ هي:

(أ) −١ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

العلاقات بين الدوال المثلثية (٢)

Relations Between Trigonometric Functions (2)

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) إذا كانت جاθ = $\frac{١}{٥}$ ، ٠ < θ < $\frac{\pi}{٢}$.

فأوجد قيمة النسب المثلثية الأخرى للزاوية θ.

(٢) إذا كانت ظاθ = $\sqrt{٨٧}$ ، جتاθ < ٠

أوجد جاθ، جتاθ.

(٣) إذا كانت جتاθ = $\frac{١}{٣}$ ، جاθ < ٠

أوجد جاθ، ظتاθ.

في التمارين (٤-٧)، أوجد قيمة كلّ مما يلي:

(٤) $(\text{جا}\theta + \text{جتا}\theta)^{٢} - ٢\,\text{جا}\theta\,\text{جتا}\theta$.

---

(٥) $(\text{ظا}^{٢}\,\theta + ١)\text{جتا}^{٢}\,\theta$.

---

(٦) $١ + \text{ظا}^{٢}\,(-\theta) - \text{قا}^{٢}\,\theta$.

---

(٧) $٩\,\text{قا}^{٢}\,\theta - ٥\,\text{ظا}^{٢}\,\theta - \dfrac{٤}{\text{جتا}^{٢}\,\theta}$

في التمارين (٨-١١)، أثبت صحة المتطابقات التالية:

(٨) $١ + \text{ظتا}^{٢}\,(-\theta) = \text{قتا}^{٢}\,\theta$.

---

(٩) $\text{قا}^{٤}\,\theta - \text{قا}^{٢}\,\theta = \text{ظا}^{٤}\,\theta + \text{ظا}^{٢}\,\theta$.

---

(١٠) $(١ - \text{جتا}^{٢}\,\theta)(١ + \text{ظتا}^{٢}\,\theta) = ١$.

---

(١١) $٣\,\text{جا}^{٢}\,\theta + ٤\,\text{جتا}^{٢}\,\theta = ٣ + \text{جتا}^{٢}\,\theta$.

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

في التمارين (١-٦)، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة.

(١) قتاθ × جتاθ − ظتاθ = ٠ (أ) (ب)

(٢) ظتا^{٢} (−θ) − قتا^{٢} θ = −١ (أ) (ب)

(٣) (قاθ + ظاθ)(قاθ − ظاθ) = ١ (أ) (ب)

(٤) جاθ قتاθ − جتا^{٢} θ − جا^{٢} θ = ٠ (أ) (ب)

(٥) $\frac{\text{جا}^{٢}\,\theta}{١ - \text{جتا}\theta} - \text{جتا}\theta = -١$ (أ) (ب)

(٦) ظاθ + ظتاθ − قاθ قتاθ = ٠ (أ) (ب)

في التمرينين (٧-٨)، اختر الإجابة الصحيحة:

(٧) إذا كانت جتاθ = $-\frac{٥}{٧}$ ، θ تقع في الربع الثالث. فإن جا θ =

(أ) $\frac{-٧}{\sqrt{٧٢}}$ (ب) $\frac{\sqrt{٧٢}}{٧}$

(جـ) $\frac{-\sqrt{٧٢}}{٧}$ (د) $\frac{٧}{\sqrt{٧٢}}$

(٨) إذا كانت قاθ = $\frac{٣}{٢}$ ، θ تقع في الربع الرابع. فإن ظا θ =

(أ) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

(جـ) $\frac{-٢}{\sqrt{٥}}$ (د) $\frac{-\sqrt{٥}}{٢}$

في التمرينين (٩-١٠)، أثبت صحة المتطابقات التالية:

(٩) جاθ (ظتاθ + ظاθ) = قاθ

(١٠) $\frac{\text{جا}\theta}{\text{جا}\theta - \text{جتا}\theta} = \frac{١}{١ - \text{ظتا}\theta}$.

مراجعة الوحدة الثامنة

(١) في أيّ ربع أو على أيّ محور يقع الضلع النهائي لـ θ في الحالات التالية:

(أ) $\text{جا}\theta = \frac{١}{٣}$.

(ب) $\text{قا}\theta = -١$.

(جـ) $\text{ظا}\theta = -٣$.

(د) $\text{جتا}\theta = -\frac{٧}{٨}$.

(٢) إذا كان $\text{ظا}\theta = ٤$ فأوجد:

(أ) $\text{قا}^{٢}\theta$.

(ب) $\text{ظتا}\theta$.

(جـ) $\text{ظتا}\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right)$.

(د) $\text{قتا}^{٢}\theta$.

(٣) إذا كان $\text{جا}٣٨^{\circ} \simeq ٠,٦٢$، بدون استخدام الآلة الحاسبة بطريقة مباشرة أوجد قيمة كل من:

(أ) $\text{جتا}٣٨^{\circ}$.

(ب) $\text{جا}(-٥٢^{\circ})$.

(جـ) $\text{ظا}(١٤٢^{\circ}) - \text{جتا}(٢١٨^{\circ}) + \text{ظتا}(-٣٨^{\circ})$.

(٤) أوجد قيمة كل مما يلي:

(أ) $\text{قا}(-٦٠^{\circ}) + \text{ظا}(٦٠^{\circ}) - \text{ظتا}(٢١٠^{\circ}) + \text{قتا}(٣٠^{\circ})$.

(ب) $\text{جتا}\left(\frac{\pi ٣}{٢}\right) + ٢\,\text{جا}(-\pi) + \text{جتا}(-٨\pi) + \text{جا}\left(-\frac{\pi ٧}{٢}\right)$.

(٥) أثبت صحّة ما يلي:

(أ) $\text{قا}^{٢}\theta - ٢\text{ظا}^{٢}\theta + \frac{١}{\text{جتا}^{٢}(-\theta)} = ٢$

_____

(ب) $\text{جتا}\theta + \frac{\text{جا}^{٢}\theta}{١ + \text{جتا}\theta} = ١$

_____

(٦) أثبت صحّة المتطابقات التالية:

(أ) $\text{جتا}^{٤}\theta - \text{جا}^{٤}\theta = \text{جتا}^{٢}\theta - \text{جا}^{٢}\theta$

_____

(ب) $\text{جتا}\theta\,(\text{ظا}\theta + \text{ظتا}\theta) = \text{قتا}\theta$

_____

(٧) أوجد مجموعة حل المعادلات المثلثية التالية:

(أ) $\text{جتا س} = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$

_____

(ب) $٢\text{جا س} - \sqrt{٣} = ٠$

_____

(جـ) $\text{ظا س} = ١$

_____

تمارين إثرائية

(١) **تفكير ناقد:** افترض أن θ زاوية في الوضع القياسي،

حيث جتا $\theta = \frac{-١}{٢}$ ، جا $\theta = -\frac{\sqrt{٣}}{٢}$.

هل من الممكن أن تكون $\theta = ٦٠^\circ$ أو $\theta = -١٢٠^\circ$؟

(٢) أوجد قيمة كل مما يلي:

(أ) جا١٣٥° + جتا٢٢٥° − ٢ظا(-٢٢٥°) + ٣جا٣٣٠°.

(ب) ظتا٣٠° + ٢ظا١٢٠° − ٣ظا٢١٠° + ٣ظتا(-٣٣٠°).

(جـ) جتا $\frac{\pi ١٧}{٣}$ + جا$\left(-\frac{\pi ١٥}{٦}\right)$ + ٣جتا$\left(-\frac{\pi ٢٥}{٣}\right)$.

(د) ظا $\frac{\pi ٩}{٤}$ + ظتا $\frac{\pi ١٧}{٤}$ + قا$\left(-\frac{\pi ٥}{٤}\right)$ + قتا $\frac{\pi ١٩}{٤}$.

(٣) أوجد قيمة:

(أ) جا١° + جا٢° + جا٣° + ... + جا٣٥٨° + جا٣٥٩°.

(ب) جتا١° + جتا٢° + جتا٣° + ... + جتا٣٥٨° + جتا٣٥٩°.

(٤) حلّ المعادلات التالية:

(أ) $\text{جتا}\left(٢س + \frac{\pi}{٤}\right) = \text{جتا}\left(س - \frac{\pi ٣}{٤}\right)$

(ب) $\text{جا}\left(\frac{\pi}{٦} - س\right) = \text{جا}\left(٢س - \frac{\pi ٢}{٣}\right)$

(جـ) $\text{جتا}\left(\frac{\pi}{٨} + س\right) = ١$

(د) $\text{ظا}(\pi ٣ + ٢س) = \text{ظتا}(٢س)$

(٥) أثبت صحة المتطابقة التالية:

$$\frac{\theta\text{جا} - ١}{\theta\text{جتا}} + \frac{\theta\text{جتا}}{\theta\text{جا} - ١} = ٢\theta\text{قا}$$

(٦) أوجد مجموعة حل المعادلة المثلثية التالية، ثمّ مثّلها على دائرة الوحدة، حيث $\theta \ni [٠، ٢\pi)$.

$٢\text{جا}^{٢}\theta = ٤ - ٧\text{جا}\theta$.

في التمرينين (٧-٨)، أثبت صحة المتطابقات التالية:

(٧) $$\frac{\theta\text{جا} + \theta\text{جتا}}{\theta\text{جتا}} - \frac{\theta\text{جتا} + \theta\text{جا}}{\theta\text{جا}} = \theta\text{قا}\ \theta\text{قتا}$$

(٨) $$\frac{\theta^{٢}\text{جتا} - \theta^{٢}\text{جا}}{\theta^{٢}\text{ظا} - ١} = \theta^{٢}\text{جتا}$$

في التمرينين (٩-١٠)، حل المعادلات المثلثية التالية:

(٩) $س^{٢}\text{ظتا} + س\ \text{ظتا} = ٠$

(١٠) $س^{٢}\text{قا} = ٣س\ \text{قا} - ٢$

في التمارين (١١-١٥)، حل المعادلات التالية حيث $\theta \in (0، 2\pi)$ حيث المقام $\neq 0$:

(١١) $\frac{\text{جا}^3 \theta}{\text{جتا}\theta} = \text{ظا}\theta$

(١٢) $\frac{\text{جا}^2 \theta}{\text{جتا}\theta} \times \text{قا}\theta = \text{ظا}\theta$

(١٣) $\frac{\text{قا}\theta}{\text{ظتا}\theta} = -\text{قتا}\theta$

(١٤) $2\text{جتا}^2 \theta + \text{جتا}\theta - 1 = 0$ حيث $\text{جتا}\theta > 0$

(١٥) $\text{ظتا}^2 \theta = 1$

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

المستوى الإحداثي
Coordinate Plane

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١-٢)، أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط التالية.

(١) (٧، -٣)(-٢، ٩)

_____

(٢) (-٢، ٧)(-٢، -٧)

_____

في التمرينين (٣-٤)، أوجد إحداثيي نقطة المنتصف لكل من القطع المستقيمة التالية، بمعلومية إحداثيات طرفي القطعة المستقيمة.

(٣) أ(٢، ٥)، ب(٠، ٧)

_____

(٤) س(-٣، ١٤)، ص(١، ١٠)

_____

في التمرينين (٥-٦)، أوجد أطوال أضلاع كل من المثلثات التالية بمعلومية إحداثيات رؤوسها. قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

(٥) أ(٢، ٢) ، ب(٦، ٣) ، جـ(٥، ٦)

_____

_____

_____

_____

(٦) م(-١، -٥) ، ن(٤، -٤) ، ك(٢، -١)

_____

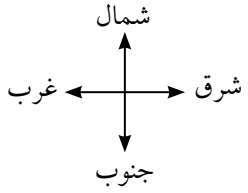
_____

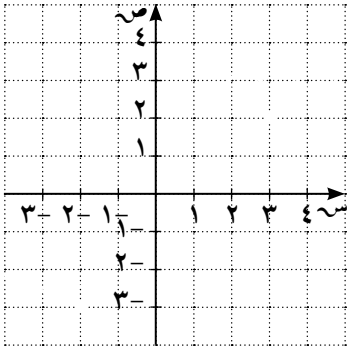
_____

_____

(٧) يقع منزل فيصل ٤ شرق ٢ شمال، ويقع نادي الرماية الذي ينتسب إليه فيصل ٢ غرب ٣ جنوب.

(أ) عيّن على المستوى الإحداثي موقع منزل فيصل وموقع نادي الرماية.





كل وحدة طول على المحاور تساوي ٢,٥ كيلومتر

(ب) أوجد إحداثيي نقطة المنتصف بين النادي ومنزل فيصل.

_____

(جـ) أوجد المسافة بين منزل فيصل والنادي.

_____

(٨) **تفكير ناقد.** إذا كانت نقطة الأصل هي منتصف قطعة مستقيمة، فما هي الصفة التي سوف تتمتع بها إحداثيات طرفي القطعة المستقيمة؟

_____

(٩) (أ) ما المسافة بين نقطة الأصل والنقطة (٣، ٤)؟

_____

(ب) أوجد ثلاث نقاط أخرى تكون على المسافة نفسها من نقطة الأصل.

_____

_____

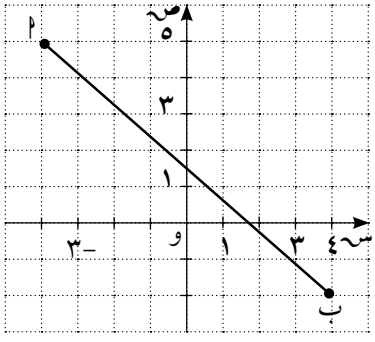
المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

في التمارين (١-٥)، اختر من القائمة الأولى ما يناسب في القائمة الثانية لتحصل على عبارة صحيحة.

القائمة الأولى	القائمة الثانية
المسافة بين النقطتين بالوحدات الطولية	(أ) ٢
(١) (٣، ٠)، (٠، ٤) هي:	(ب) ٣
(٢) (-٢، ٠)، (-٢، ٤) هي:	(جـ) ٤
(٣) (٣، -٦)، (٥، -٦) هي:	(د) ٥

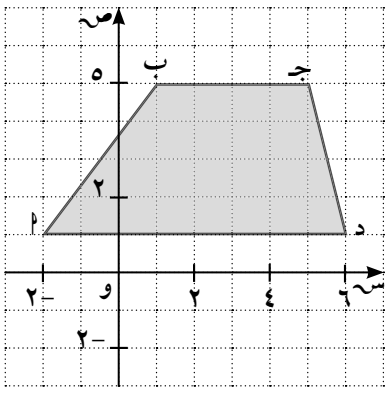
القائمة الأولى	القائمة الثانية
نقطة المنتصف لـ $\overline{أب}$ حيث	(أ) $\left(٥، ٥\frac{١}{٢}\right)$
(٤) أ(١٢، -٢)، ب(-٢، -٩) هي:	(ب) $\left(٥، -٥\frac{١}{٢}\right)$
(٥) أ(١٢، ٠)، ب(٢، ١١) هي:	(جـ) $\left(٧، ٥\frac{١}{٢}\right)$
	(د) $\left(٧، -٥\frac{١}{٢}\right)$

(٦) في الشكل المقابل أوجد طول $\overline{أب}$ مقرّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.



(٧) **هندسة:** في الشكل المقابل، أب جـ د شبه منحرف.

(أ) أوجد إحداثيات نقاط المنتصف لكل من $\overline{أب}$، $\overline{جـ د}$ بحيث تكون على الترتيب م، ن.



(ب) أوجد طول $\overline{م ن}$ وطول $\overline{ب جـ}$ وطول $\overline{أد}$.

ثم قارن بين طول $\overline{م ن}$ والمتوسط الحسابي لطولي $\overline{ب جـ}$، $\overline{أد}$.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تقسيم قطعة مستقيمة

Dividing Line Segment

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) أوجد إحداثيي النقطة ن التي تقسم $\overline{أب}$ من الداخل من جهة أ إذا علم أن:

(أ) أ(-٧، ٥)، ب(٨، -٥) ونسبة التقسيم ١ : ٢.

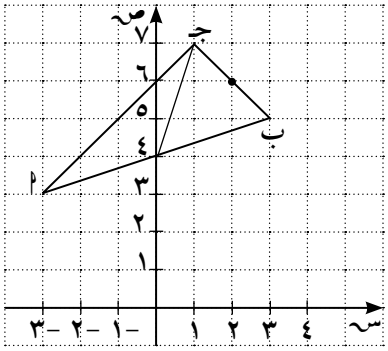
(ب) أ(٦، ٩)، ب(-٢، ١) ونسبة التقسيم ١ : ٣.

(٢) أوجد إحداثيي النقطة م التي تقسم $\overline{أب}$ من الخارج من جهة أ إذا علم أن:

(أ) أ(-٢، ٥)، ب(٤، ٢) ونسبة التقسيم ٢ : ٥.

(ب) أ(١، ٨)، ب(-٥، ٣) ونسبة التقسيم ١ : ٣.

(٣) أ ب جـ مثلث فيه: أ(-٣، ٣)، ب(٣، ٥)، جـ(١، ٧) أوجد:



(أ) إحداثيات منتصفات أضلاع المثلث.

(ب) إحداثيا نقطة تقاطع متوسطاته.

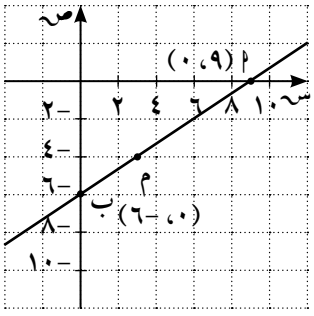
المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) أوجد إحداثيي النقطة ن التي تقسم $\overline{أب}$ من الخارج من جهة أ إذا علم أن:

(أ) أ(-٦، ٤)، ب(٣، -٢) ونسبة التقسيم ١ : ٢.

(ب) أ(١٠، ١٥)، ب(٦، ١٠) ونسبة التقسيم ١ : ٥.

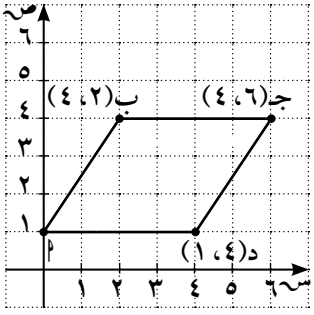
(٢) المستقيم الموضح بالشكل يقطع محوري الإحداثيات في النقطتين أ، ب على الترتيب. أوجد إحداثيي م التي تقسم $\overline{أب}$ من الداخل من جهة أ بنسبة ٢ : ١ .



(٣) أ، ب، جـ، د أربع نقاط على الشكل التالي:

أ(٠، ١)، ب(٢، ٤)، جـ(٦، ٤)، د(٤، ١).

(أ) أثبت أنّ أ ب جـ د متوازي الأضلاع.

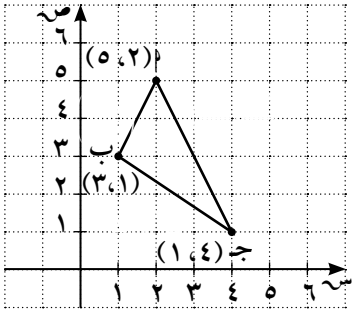


(ب) أوجد إحداثيي النقطة ن، حيث ن نقطة تقاطع القطرين في متوازي الأضلاع أ ب جـ د.

* (جـ) أوجد إحداثيات النقاط س، ص، ع، ل. حيث س ، ص، ع، ل متوازي أضلاع له المركز نفسه «ن» وأطوال أضلاعه تساوي $\frac{١}{٢}$ أطوال أضلاع متوازي الأضلاع أ ب جـ د، حيث س، ص، ع، ل تنتمي لقطري متوازي الأضلاع أ ب جـ د.

(٤) أ ب جـ مثلث فيه أ(٢، ٥)، ب(١، ٣)، جـ(٤، ١).

(أ) أوجد إحداثيي النقطة ن التي تقسم $\overline{أب}$ من الداخل من جهة أ بنسبة ١ : ٣.



(ب) أوجد إحداثيي النقطة ك التي تقسم $\overline{ب جـ}$ من الداخل من جهة ب بنسبة ١ : ٢.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

ميل الخط المستقيم

Slope of a Straight Line

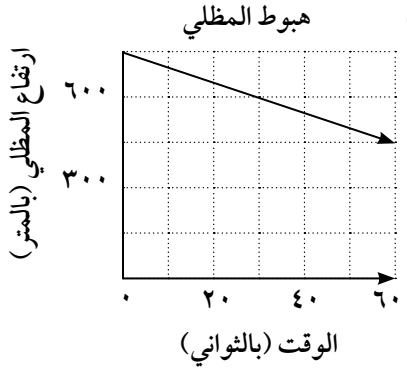
المجموعة أ تمارين أساسية

(١) إن معدل التغير في الجدول أو الرسم أدناه ثابت. أوجد معدل التغير، وفسّر ماذا يعني كل معدل تغير في كل حالة مما يلي:

(أ)

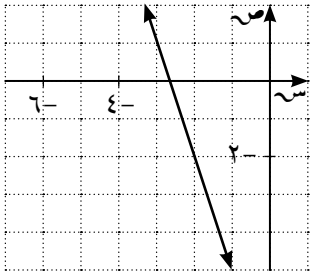
الوقت (ساعة)	درجة الحرارة (مئوية)
١	١٩-
٤	١٤-
٧	٩-
١٠	٤-
١٣	١

(ب)

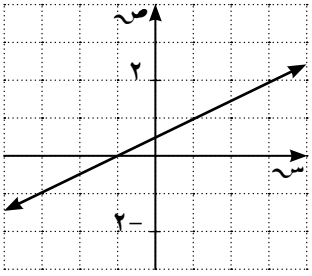


في التمارين (٢-٥)، أوجد ميل كل مستقيم إن أمكن مما يلي:

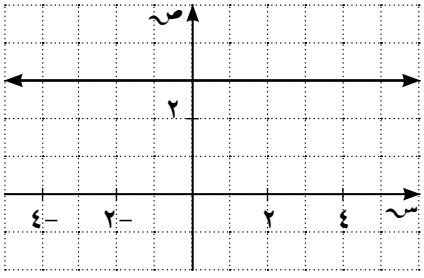
(٢)



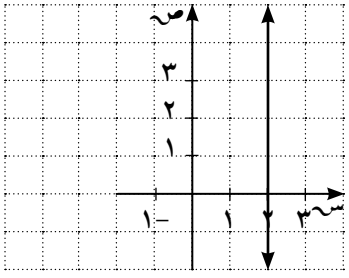
(٣)



(٤)



(٥)



في التمارين (٦-٩)، أوجد ميل المستقيم إن أمكن المار بكل من أزواج النقاط التالية:

(٦) (٣، ٢)، (٥، ٦)

(٧) (٦، ٥)، (٢، ٣)

(٨) (٣، ٤)، (-٣، ٤)

(٩) (٤، ٣)، (٤، -٣)

(١٠) أوجد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٦٠° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

(١١) أثبت أن المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° يوازي المستقيم: س = ص + ٧.

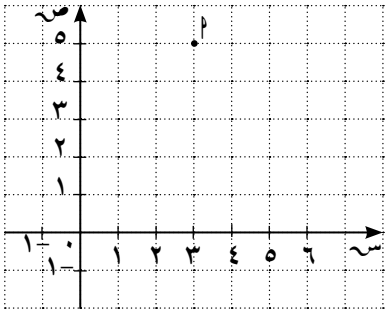
في التمرينين (١٢-١٣)، أوجد نسبة التغير في كل حالة.

(١٢) يبلغ طول الرضيع ٤٥ سم بعد شهر من الولادة و٦٩ سم عندما يبلغ شهره العاشر.

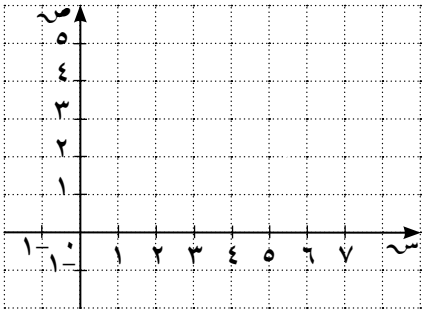
(١٣) بلغ ثمن ٤ تذاكر للسينما ١٠ دنانير و١٠ تذاكر ١٩ دينارًا.

في التمرينين(١٤-١٥)، ارسم المستقيم المار بالنقطة المعطاة وميله المعطى كالتالي:

(١٤) أ(٣، ٥)، الميل = ٢



(١٥) ب(٥، ٢)، الميل = $\frac{-١}{٢}$



(١٦) أوجد نقطتين تقعان على مستقيم ميله $\frac{٣}{٤}$. ويمر بنقطة الأصل.

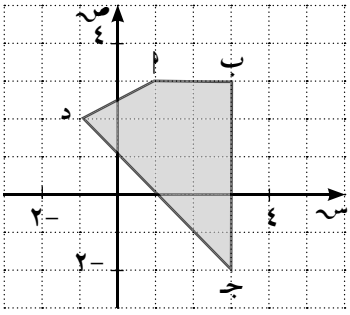
في التمارين (١٧-١٩)، أوجد قيمة كل من س، ص إذا كانت النقطتان على المستقيم مع المعطيات التالية:

(١٧) (س، ٣)، (٢، ٨)، الميل = $\frac{-٥}{٢}$.

(١٨) (-٤، ص)، (٢، ٤ص)، الميل = ٦.

(١٩) (٣، ٥)، (س، ٢)، الميل غير معرّف.

(٢٠) هندسة: أوجد ميل كل ضلع في الشكل المقابل إن أمكن.



في التمارين (٢١-٢٤)، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خطأ.

(٢١) من الممكن أن يكون لمستقيمين مختلفين الميل نفسه. (أ) (ب)

(٢٢) إن ميل المستقيم الذي يمر بالربع الثالث ونقطة الأصل هو دائمًا سالب. (أ) (ب)

(٢٣) لا يمر المستقيم الذي ميله يساوي صفرًا بنقطة الأصل. (أ) (ب)

(٢٤) نقطتين لديهما الإحداثي السيني نفسه، فإنهما ينتميان إلى المستقيم الرأسي نفسه. (أ) (ب)

(٢٥) تحليل الخطأ: وجد سالم أن ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (١، ٧)، (٣، ٩) يساوي: $\frac{١ - ٣}{٩ - ٧}$.
ما هو خطأ سالم؟

(٢٦) أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (س، -ص)، (-س، -ص).

في التمرينين (٢٧-٢٨)، حدِّد إن كانت مجموعة النقاط التالية تقع على استقامة واحدة.

(٢٧) أ(١، ٣)، ب(٤، ٢)، جـ(-٢، ٤).

(٢٨) أ(-٢، ٣)، ب(٠، -١)، جـ(٢، ١).

(٢٩) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (-١، -١)، (-٤،٥) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (٠، ١)، (٤، ٣).

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) **(أ)** أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين أ(٤، -٣)، ب(١، -٥) مستخدمًا أ(س٢، ص٢)، ب (س١، ص١).

(ب) أوجد ميل المستقيم في (أ) مستخدمًا أ(س١، ص١)، ب(س٢، ص٢).

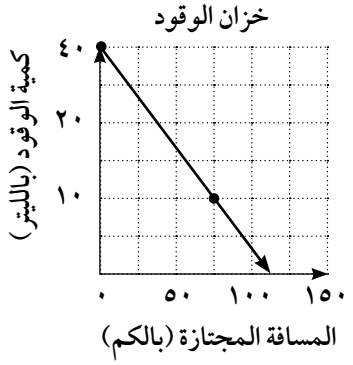
(جـ) ماذا تلاحظ؟

(٢) إذا كان معدل التغير في الجدول أو الرسم أدناه ثابتًا. أوجد معدل التغير وفسّر ماذا يعني كل معدل تغير في كل حالة مما يلي:

(أ)

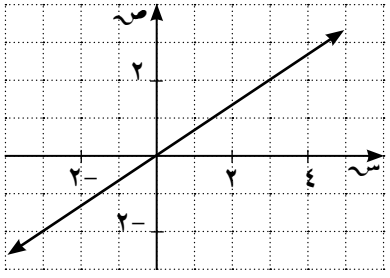
عدد الأشخاص	سعر الوجبة (بالدينار)
٢	٤
٣	٦
٤	٨
٥	١٠
٦	١٢

(ب)

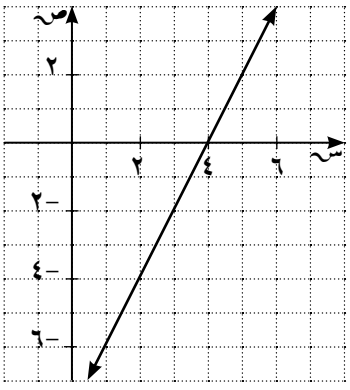


في التمرينين (٣-٤)، أوجد ميل كل مستقيم مما يلي:

(٣)



(٤)



في التمرينين (٥-٦)، أوجد ميل المستقيم المار بكل من أزواج النقاط التالية:

(٥) (-٤، ٤)، (٢، -٥)

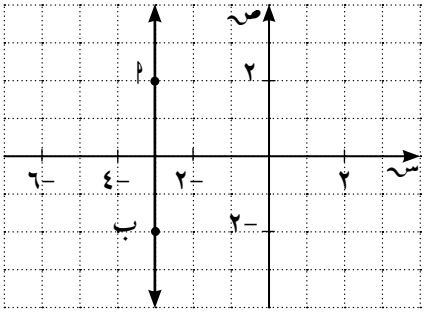
(٦) (-٢، ١)، (١، -٢)

(٧) أوجد ميل مستقيم موازٍ لمحور السينات.

(٨) أوجد ميل مستقيم يصنع مع محور السينات زاوية قياسها ٤٥° ويمر بنقطة الأصل.

في التمارين (٩-١١)، حدِّد ما إذا كان ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ يساوي صفرًا أم هو غير معرّف.

(٩)



(١٠) أ$\left(-٥، \frac{١}{٢}\right)$، ب (-٥، ٣)

(١١) أ(-٥، ١)، ب (-٤، ١)

(١٢) أوجد نقطتين تقعان على مستقيم ميله $\frac{-١}{٢}$، ويمر بنقطة الأصل.

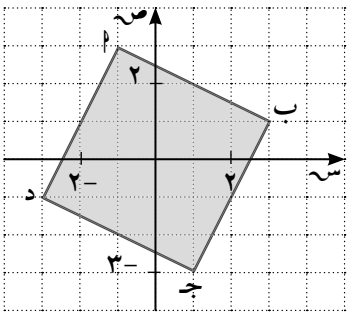
في التمارين (١٣-١٥)، أوجد قيمة س إذا مر المستقيم المعطى ميله بالنقطتين.

(١٣) (٢، ٤)، (س، ٨)، الميل = -٢.

(١٤) (٢، ٤)، (س، ٨)، الميل = $\frac{-١}{٢}$.

(١٥) (٤، ٣)، (س، ٧)، الميل = ٢.

(١٦) هندسة: في الشكل المقابل أوجد ميل كل ضلع.



ميل $\overline{أب}$ =

ميل $\overline{ب جـ}$ =

ميل $\overline{جـ د}$ =

ميل $\overline{أد}$ =

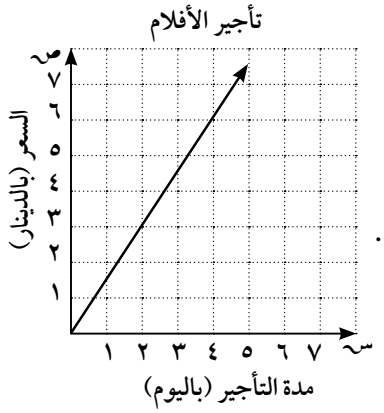
في التمارين (١٧-١٩)، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلّل (ب) إذا كانت العبارة خطأ.

(١٧) معدل التغير دائمًا موجبًا أو يساوي صفر. (أ) (ب)

(١٨) كل المستقيمات الأفقية لها الميل نفسه. (أ) (ب)

(١٩) المستقيم الذي ميله يساوي ١ دائمًا يمر بنقطة الأصل. (أ) (ب)

(٢٠) يمثل الشكل المقابل رسم تأجير الأفلام نسبة إلى مدة التأجير.



(أ) أوجد ميل المستقيم. ماذا يمثل هذا العدد؟

(ب) أوجد المبلغ الذي سيدفعه الشخص لاستئجار فيلم مدة عشرة أيام.

(٢١) أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (-س، ص)، (٣س، -ص)

في التمرينين (٢٢-٢٣)، هل النقاط المعطاة تقع على استقامة واحدة؟

(٢٢) أ(٤، ٢)، ب(-٣، ٢)، جـ(٢، ٥).

(٢٣) أ(١، -٢)، ب(-١، -٥)، جـ(٥، ٤).

(٢٤) أوجد ميل مستقيم متعامد مع المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٦٠° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

معادلة الخط المستقيم

Equation of a Straight Line

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) أوجد معادلة الخط المستقيم إذا علم:

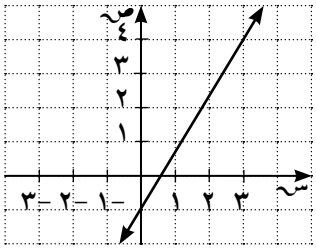
(أ) يمر بالنقطة (٥، ٢) وميله = ٣.

(ب) يمر بالنقطة (-٢، ٤) وميله = -٢.

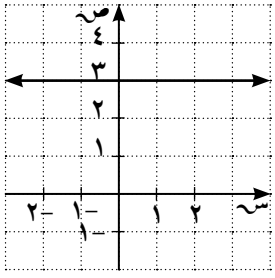
(جـ) يمر بالنقطة (١، -١) وميله = $\frac{٢}{٣}$.

(٢) أوجد الصورة العامة لمعادلة المستقيم في كل من الأشكال التالية:

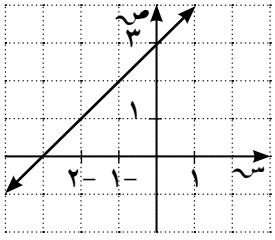
(أ)



(ب)



(جـ)



(٣) أوجد الصورة العامة لمعادلة المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين في كل من:

(أ) (٥، ٣)، (٤، ٧).

(ب) (٣، -٤)، (٧، ١).

(٤) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٧، -١) والعمودي على الخط المستقيم: ٣س + ٢ص - ١ = ٠.

(٥) أوجد معادلة المستقيم المتعامد مع المستقيم: ص = -٢س + ٤ ويمر بالنقطة (-٢، ٣).

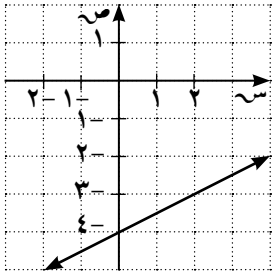
(٦) أوجد معادلة المستقيم المتوازي مع المستقيم: س = - $\frac{١}{٤}$ ص + ١٧ ويمر بنقطة الأصل.

(٧) أوجد معادلة الخط المستقيم العمودي على المستقيم: ٢س + ص + ١ = ٠ ويمر بالنقطة (−١، ١).

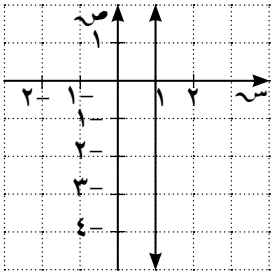
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) أوجد معادلة الخط المستقيم المرسوم في ما يلي:

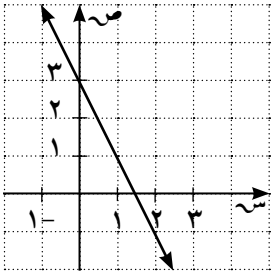
(أ)



(ب)

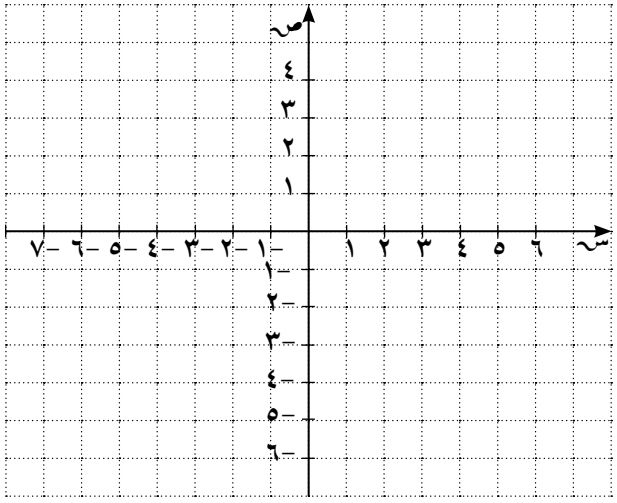


(جـ)

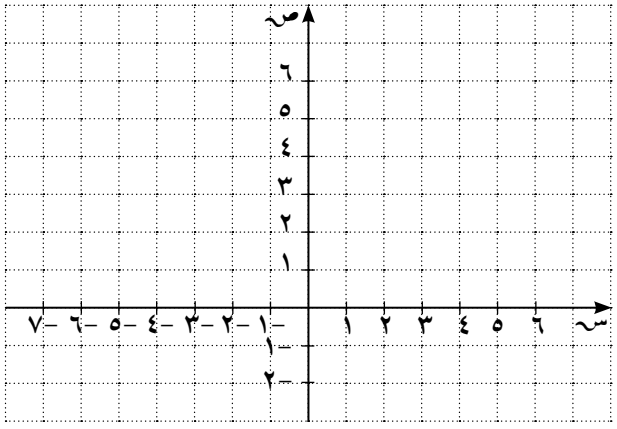


في التمارين (٢−٥)، أوجد معادلة كل مستقيم، ثمّ ارسمه:

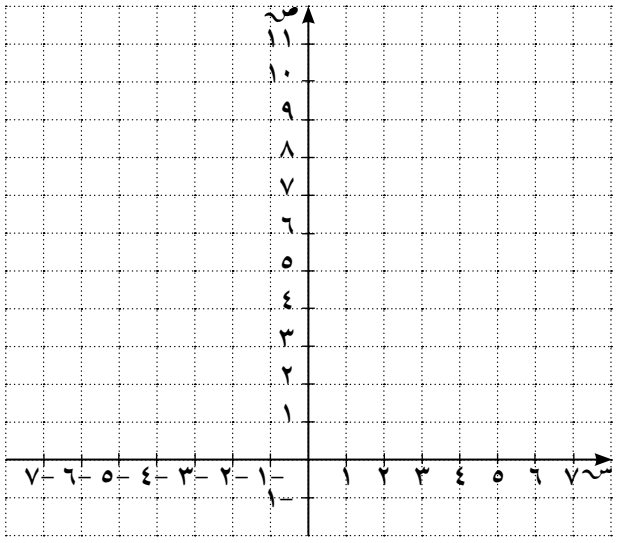
(٢) مستقيم يمر بالنقطة (−٢، ١) وموازي للمستقيم: ص = −٣س + ١.



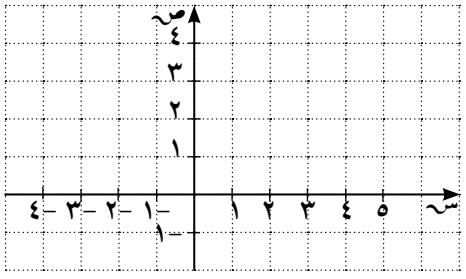
(٣) مستقيم يمر بالنقطة (−٣، −١) وعمودي على المستقيم: ص = $-\frac{٢}{٥}$ س + ١.



(٤) مستقيم أفقي يمر بالنقطة (-٧، ١٠).



(٥) مستقيم رأسي يمر بالنقطة $\left(١، \frac{-٢}{٧}\right)$.



(٦) أوجد معادلة المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين: (٥، ٢)، (٠، -٣).

(٧) أوجد معادلة الخط المستقيم في كل مما يلي:

(أ) يمر بنقطة الأصل وميله ٧.

(ب) يمر بنقطة الأصل وبالنقطة (٣، -٤).

(جـ) يقطع من الجزء الموجب لمحور السينات جزءًا طوله ٣ وحدات، ومن الجزء الموجب لمحور الصادات جزءًا طوله ٥ وحدات.

(٨) أوجد الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم المار بالنقطة أ(٥، ٧) والموازي للمستقيم المار بالنقطتين (٣، ٤)، (٢، ١).

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

البعد بين نقطة ومستقيم

Distance Between a Point and a Straight Line

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١-٤)، معادلة المستقيم ل: ٢س - ص + ٣ = ٠

بيّن ما إذا كانت النقطة تنتمي إلى المستقيم ل أم لا.

(١) م(-٢، -١) _____ (٢) ب(٠، -٢) _____

(٣) جـ(٤، ٠) _____ (٤) د(٢، -١) _____

(٥) أوجد البعد بين النقطة جـ(٢، ١) والمستقيم: ٣س - ص - ١ = ٠

_____

(٦) أوجد البعد بين نقطة الأصل والمستقيم: ٢ص = ٣س + ٤

_____

(٧) أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و(٢، -١) إذا كان المستقيم: ٣س - ٤ص + ٧ = ٠ مماس لها.

_____

(٨) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٢، -٣) على المستقيم: -٢س + ص - ٤ = ٠

_____

(٩) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (-٤، ٧) على المستقيم: ص = -٥س + ١

_____

(١٠) أوجد طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على المستقيم المار بالنقطتين (٧، ٣)، (-٥، ١)

_____

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٣)، معادلة المستقيم ل: ٣ص - س + ١ = ٠

بيّن ما إذا كانت النقطة تنتمي إلى المستقيم ل أم لا.

(١) (٣، ٣)

(٢) (٢، ٠)

(٣) (٤، ١)

(٤) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٤، ٥) على المستقيم: ٣س + ٤ص = ٠

(٥) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٨، ٠) على المستقيم: ٥س + ١٢ص = ٠

(٦) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٢، ٧) على المستقيم المار بالنقطتين: (٣، ١)، (٥، ٣).

(٧) أوجد بعد النقطة (٤، ٤) عن المستقيم المار بنقطة الأصل وميله $\frac{٣}{٤}$.

(٨) أوجد أقصر مسافة من النقطة (٤، ٤) إلى المستقيم المار بالنقطتين (٢، ٠)، (٠، ٢).

معادلة الدائرة

Equation of a Circle

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) حدّد ما إذا كانت المعادلات التالية، معادلة دائرة أم لا.

(أ) $٣س^{٢} + ص^{٢} = ٤$

_____

(ب) $(س - ١)^{٢} + (ص + ١)^{٢} + ٤ = ٠$

_____

(جـ) $س^{٢} + ص^{٢} - ٢س - ٢ص - ٨ = ٠$

_____

(د) $س^{٢} + ص^{٢} - ٢س + ٧ = ٠$

_____

(٢) أوجد معادلة كل من الدوائر الآتية إذا علم:

(أ) المركز (٠، ٠) وطول نصف القطر = ٣.

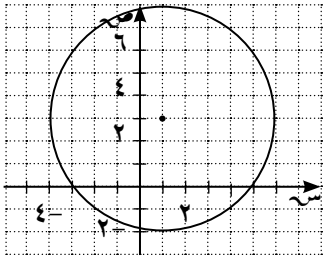
_____

(ب) المركز (٤، ٥) وطول نصف القطر = ٢.

_____

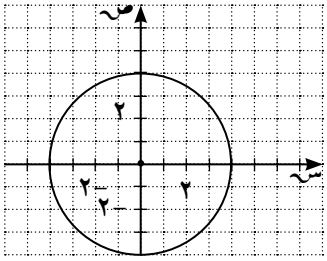
(٣) اكتب معادلة كل دائرة في كل من الأشكال التالية:

(أ)



_____

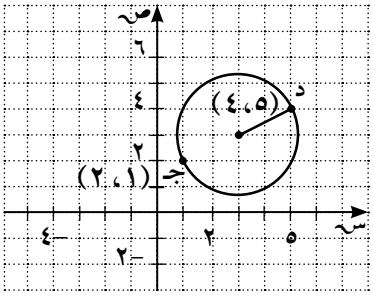
(ب)



_____

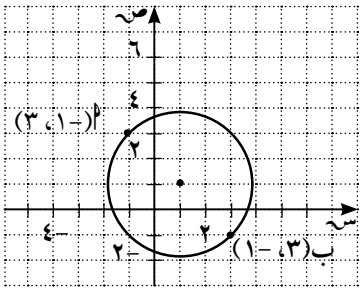
(٤) أوجد طول نصف قطر كل من الدوائر الآتية، وكذلك إحداثيي مركز كل دائرة:

(أ)



_____

(ب)



_____

(٥) محور السينات هو مماس للدائرة عند النقطة (-٣، ٠)، ومركز الدائرة هو (-٣، ٤). أوجد معادلة هذه الدائرة.

_____

في التمارين (٦-٨)، أوجد مركز وطول نصف قطر كلّ من الدوائر ذات المعادلات التالية:

(٦) $س^{٢} + ص^{٢} - ٨س + ٢ص - ٨ = ٠$.

_____

(٧) $س^{٢} + ص^{٢} - ١٦س - ١٧ = ٠$.

_____

(٨) $٥س^{٢} + ٥ص^{٢} - ٢٠ص - ٣٠ = ٠$.

_____

(٩) أوجد معادلة مماس دائرة، معادلتها: $(س - ٢)^{٢} + ص^{٢} = ٨$ عند النقطة أ(٠، ٢).

_____

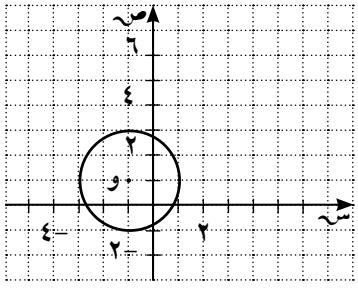
(١٠) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣، ٢) وتمس محور الصادات عند النقطة (٠، ٢).

_____

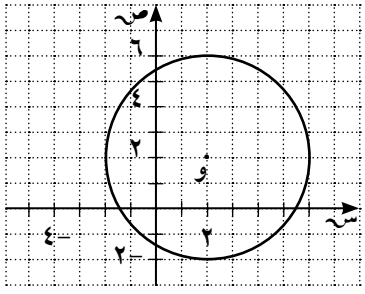
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) أوجد طول نصف قطر كل من الدوائر التالية:

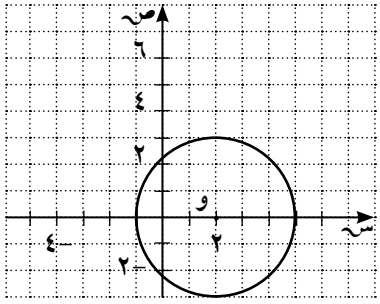
(أ)



(ب)



(جـ)



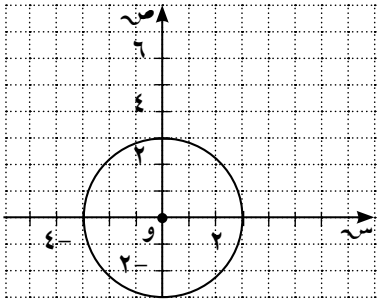
(٢) أوجد معادلة كل من الدوائر التالية إذا علم:

(أ) المركز (٠، ٣) وطول نصف القطر = ٧

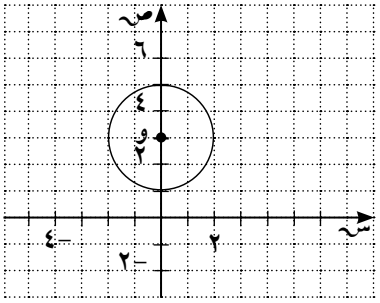
(ب) المركز (-٤، ٠) وطول نصف القطر = ٣

(٣) اكتب معادلة كل دائرة في كل من الأشكال التالية:

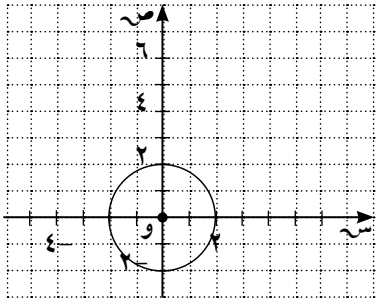
(أ)



(ب)



(جـ)



(٤) اكتب معادلة كل دائرة حيث:

(أ) المركز (٠، ٤) وتمرّ بالنقطة (٣، ٤).

(ب) المركز (٥، ١) وتمرّ بالنقطة (٦، ١).

في التمرينين (٥-٦)، أوجد مركز وطول نصف قطر كل من الدوائر التالية:

(٥) $٢س^{٢} + ٢ص^{٢} - ٤س - ٨ص = ٠$

(٦) $س^{٢} + ص^{٢} + ٢س - ٢ص - ١٦ = ٠$

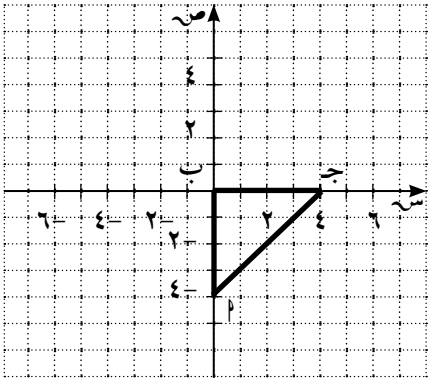
(٧) أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها $(س - ١)^{٢} + (ص + ٢)^{٢} = ١٠$ عند النقطة (٢، ١).

(٨) طول قطر الدائرة التي معادلتها $(س - ١)^{٢} + (ص + ١)^{٢} = ٤$ هو:

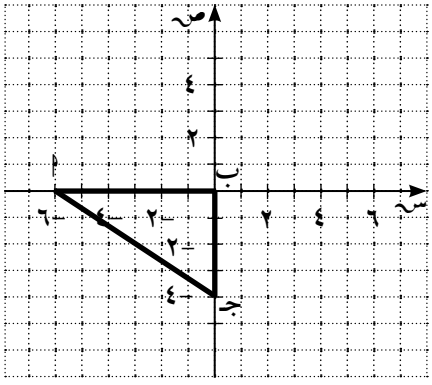
(أ) ١ **(ب)** ٢ **(جـ)** ٤ **(د)** ١٦

(٩) أوجد مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب جـ.

(أ)



(ب)



مراجعة الوحدة التاسعة

(١) أوجد قيمة ص إذا كانت النقطة (١، ص) تبعد وحدة واحدة عن النقطة (٠، ١).

(٢) أوجد النقاط (١، ص) التي تبعد $\sqrt{١٧}$ وحدة عن النقطة (٠، ١).

(٣) إذا كان المستقيمان: ٤س – أ ص = ٦، حيث أ ثابت ، ٦س + ٣ص + ٢ = ٠ متعامدين. فما هي قيمة أ؟

(٤) يمر مستقيم بالنقطتين: (–٣، ٩)، (٤، ٤) ومستقيم آخر بالنقطتين: (٩، –١)، (٤، –٨). هل المستقيمان متوازيان أم متعامدان؟

(٥) إذا كان المستقيم ٢س – ٣ص = ١٠ مماس لدائرة مركزها (–٢، ٤). أوجد معادلة هذه الدائرة.

(٦) أ ب جـ مثلث فيه أ (٢، ٣)، ب(٧، ٨)، جـ(–٢، ٥). د يقسم $\overline{ب جـ}$ من الداخل من جهة ب بنسبة ١ : ٢.

(أ) أوجد إحداثيي د.

(ب) أوجد معادلة $\overleftrightarrow{أد}$.

(٧) لتكن معادلة $\overleftrightarrow{أب}$ هي: ٥س – ص + ٢ = ٠، اختر نقطة تقع على $\overleftrightarrow{أب}$ ولتكن جـ (٠، ٢).

أوجد معادلة المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{أب}$ ويمر بالنقطة جـ.

(٨) أ ب جـ مثلث فيه أ (٤، ٣)، ب(٨، ٥)، $\overleftrightarrow{ب جـ}$ يوازي محور السينات، $\overleftrightarrow{أجـ}$ يوازي محور الصادات.

(أ) أوجد إحداثيي النقطة جـ .

(ب) في السؤال (أ)، أثبت أن Δ أ ب جـ قائم الزاوية في جـ.

(٩) ا ب جـ مثلث، إحداثيات رؤوسه على الترتيب هي: (٨، ١١)، (١٢، ٥)، (٣، ٥)، ق منتصف $\overline{\text{ا ب}}$، ك منتصف $\overline{\text{ا جـ}}$.

(أ) أوجد إحداثيات ق، ك.

_____

(ب) أثبت أن $\overline{\text{ق ك}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$.

_____

(جـ) أثبت أن ق ك = $\frac{١}{٢}$ ب جـ.

_____

(د) أثبت أن $\overline{\text{ا ب}}$ ليس عموديًّا على $\overline{\text{ب جـ}}$.

_____

تمارين إثرائية

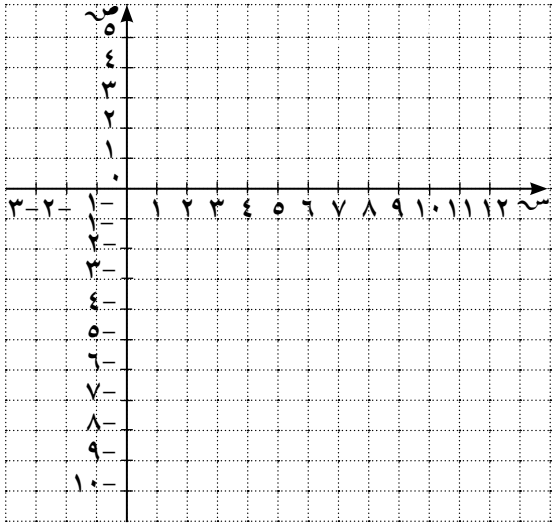
(١) لنأخذ النقاط و(٠، ٠)، أ(٣، ١)، ب(-٣، ٣) أوجد:

(أ) معادلة المنصف العمودي لـ $\overline{\text{و ب}}$ ، لـ $\overline{\text{أ ب}}$.

(ب) معادلة الدائرة التي تمرّ بالنقاط أ، و، ب.

(جـ) معادلة المماس على الدائرة في النقطة ب.

(٢) د دائرة معادلتها: $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س - ٢ص - ١٥ = ٠$، م مستقيم معادلته: ٤س + ٣ ص = ٠.



(أ) ارسم الدائرة والمستقيم في المستوى الإحداثي نفسه.

(ب) ارسم المماسين $م_{١}$ ، $م_{٢}$ للدائرة د والمتوازيان مع المستقيم م.

(جـ) أوجد معادلة المستقيم $م_{٣}$ الذي يمرّ بمركز الدائرة د ومتعامد مع المستقيم م.

(د) أوجد إحداثيات نقاط التقاطع أ، ب للدائرة د والمستقيم $م_{٣}$.

(هـ) أوجد معادلتي المماسين $م_{١}$ ، $م_{٢}$.

(٣) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وتمس المستقيم: ٣س - ٤ص + ١٦ = ٠.

(٤) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (-١، ٣) وتمس المستقيم: ٣س - ٦ص + ١٠ = ٠.

(٥) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٢، ٠) وتمس المستقيم الذي معادلته ص = $-\frac{٣}{٤}$ س + $\frac{١١}{٤}$.

(٦) أوجد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمين: س = ٢، ص = −١ و طول نصف قطرها وحدتان.

(٧) أثبت أن المستقيمين أ س + ب ص + جـ = ٠، أ د س + ب د ص + جـ = ٠ متوازيان، حيث (د ≠ ٠).

* (٨) لتغطية أحد التجمعات الرياضيّة من الجو، حلقت طوافتان تابعتان لمحطتي تلفزة على الارتفاع نفسه. بحيث موقع الطوافة أ على بعد ٢٠ كم غرب التجمع وموقع الطوافة ب على بعد ١٥ كم جنوب التجمع و١٥ كم شرق التجمع.

أوجد المسافة بين الطوافتين حيث نقطة التجمع تمثل نقطة الأصل.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تحليل البيانات

Data Analysis

المجموعة أ تمارين أساسية

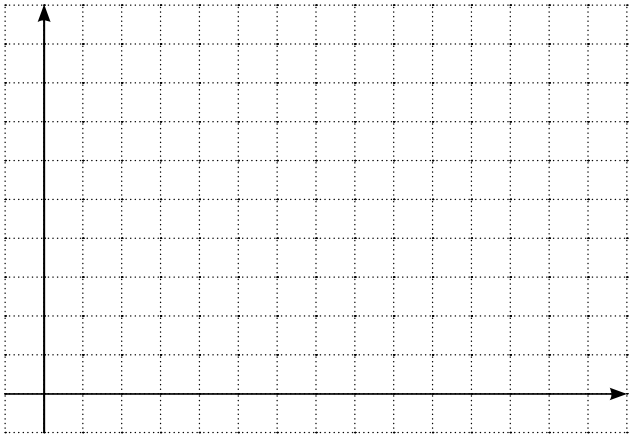
(١) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لأوزان ٣٠ طالبًا.

الفئة	٥٦-	٦٠-	٦٤-	٦٨-	٧٢-	٧٦-
التكرار	٣	٨	٣	٩	٤	٣

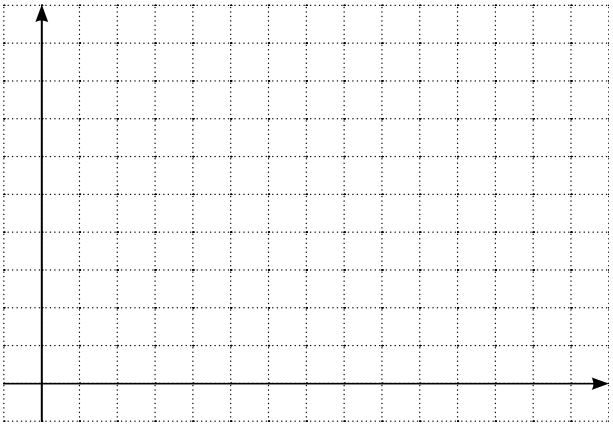
(أ) أوجد المتوسط الحسابي لهذه الأوزان.

(ب) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد.

الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
٥٦-	٣		
٦٠-	٨		
٦٤-	٣		
٦٨-	٩		
٧٢-	٤		
٧٦-	٣		

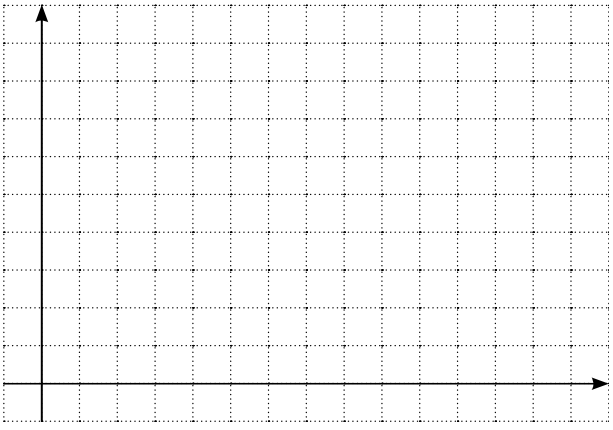


(جـ) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع النازل.



الفئة	التكرار	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
٥٦-	٣		
٦٠-	٨		
٦٤-	٣		
٦٨-	٩		
٧٢-	٤		
٧٦-	٣		

(د) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع النازل.



الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
٥٦-	٣				
٦٠-	٨				
٦٤-	٣				
٦٨-	٩				
٧٢-	٤				
٧٦-	٣				

(هـ) أوجد المنوال لهذه الأوزان باستخدام قانون الرافعة.

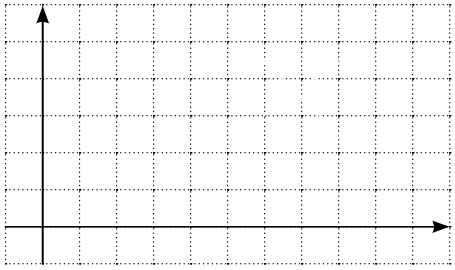
(و) أوجد المنوال لهذه الأوزان باستخدام المدرج التكراري.

(٢) يبيّن الجدول التالي ٥ فئات تمثل توزيع المصروف اليومي لِـ ٣٠ عائلة بالدينار.

الفئة	٢٠-	٤٠-	٦٠-	٨٠-	١٠٠-
التكرار	٧	٦	٩	٥	٣

(أ) أوجد المنوال لمصروف العائلات اليومي باستخدام قانون الرافعة.

(ب) أوجد المنوال لمصروف العائلات اليومي باستخدام المدرج التكراري.



في التمارين (٣-٦)، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلّل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(٣) الوسيط لمجموعة القيم ٧، ٨، ٥، ٤، ٢، ٦ يساوي $٥\frac{١}{٢}$ (أ) (ب)

(٤) إذا كان المتوسط الحسابي لمجموعة القيم ٣، ٠، ٧، ٩، س يساوي ٦ فإن س = ٥ (أ) (ب)

(٥) لأي توزيع تكراري يكون المنوال أكبر من المتوسط الحسابي. (أ) (ب)

(٦) للمفردات ٣، ٥، ٧، ٣، ٧، ٨، ٦ منوالان. (أ) (ب)

في التمارين (٧-٩)، اختر الإجابة الصحيحة.

(٧) في التوزيع التكراري المنوال يمكن أن يساوي:

الفئة	١٢-	١٦-	٢٠-	٢٤-	٢٨-
التكرار	٣	١٠	٨	٥	٤

(أ) ١٠ (ب) ١٩ (جـ) ٢٤ (د) ٢٨

(٨) في التوزيع التكراري فإن ترتيب الوسيط يساوي:

الفئة	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-
التكرار	٤	٥	٨	٣

(أ) ٥ (ب) ٨ (جـ) ١٠ (د) ٢٠

(٩) في البيانات: ٣، ٤، ٦، ٨، س، ٥، ٧ إذا كان المتوسط الحسابي يساوي ٦، فإن س =

(أ) ٧ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٩

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لأهداف الفرق في مباريات كأس العالم لسنة ٢٠٠٦.

الأهداف	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار (عدد الفرق)	٧	١٣	١٨	١٢	١٠	٢	٢

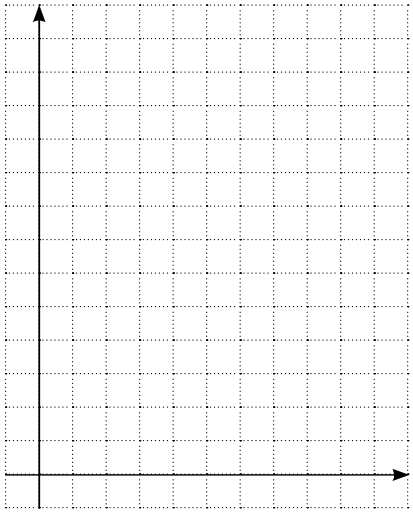
أوجد المتوسط الحسابي للأهداف.

(٢) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري على فئات لقياسات أرجل ٥٠ رياضيًّا في أحد النوادي.

الفئة	٣٨-	٤٠-	٤٢-	٤٤-
التكرار	١١	١٦	١٧	٦

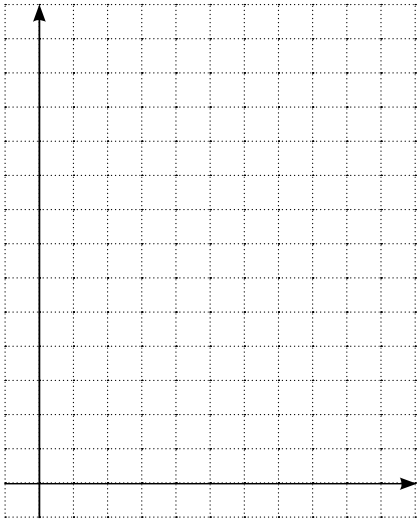
(أ) أوجد المتوسط الحسابي للقياسات.

(ب) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المجتمع الصاعد.



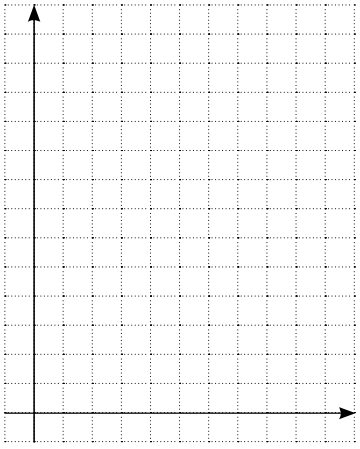
الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا لفئة	التكرار المتجمع الصاعد
٣٨-	١١		
٤٠-	١٦		
٤٢-	١٧		
٤٤-	٦		

(جـ) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع النازل.



الفئة	التكرار	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
٣٨-	١١		
٤٠-	١٦		
٤٢-	١٧		
٤٤-	٦		

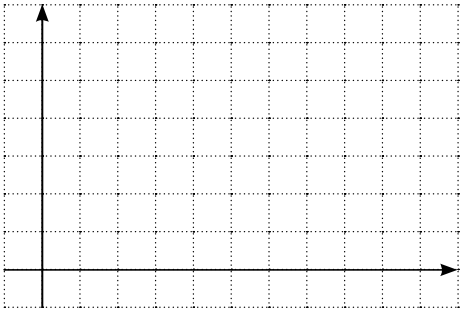
(د) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع النازل معًا.



الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا لفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
٣٨-	١١				
٤٠-	١٦				
٤٢-	١٧				
٤٤-	٦				

(هـ) أوجد المنوال لهذه القياسات باستخدام قانون الرافعة .

(و) أوجد المنوال لهذه القياسات باستخدام المدرج التكراري.



الأرباعيات
Quartiles

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) أوجد المدى لقيم البيانات التالية:

(أ) ٧، ٤، ٦، ٨، ٩، ١٠، ٥، ٤، ٣.

_____

(ب) ١٧، ٢٠، ١١، ٢٣، ١٥، ١٨، ١٩، ١٢، ١٦.

_____

(٢) أوجد مجمل الأعداد الخمسة للبيانات: ٥٢، ٦٠، ٥٠، ٥٤، ٥٩، ٦٥، ٦٦، ٦٤، ٩٥، ٦٢.

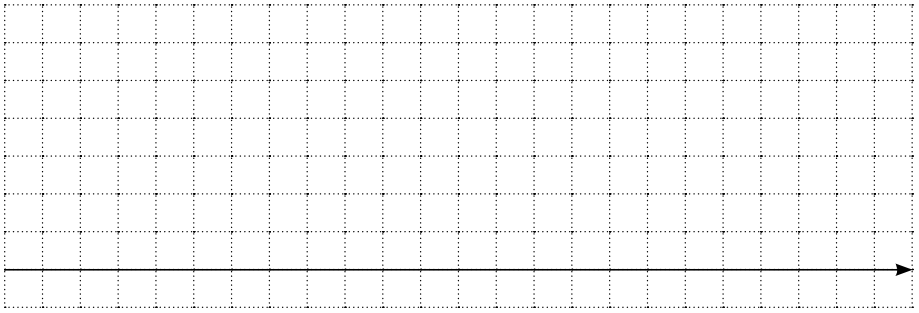
_____

_____

(٣) (أ) أوجد مجمل الأعداد الخمسة للقيم التالية التي تمثل أوزان أكياس من الأرز: ١١، ١٢، ١٣، ١٧، ٢٣، ٢٦، ٢٧، ٥٠.

_____

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لقيم البيانات في (أ). ماذا تستنتج؟ اشرح.

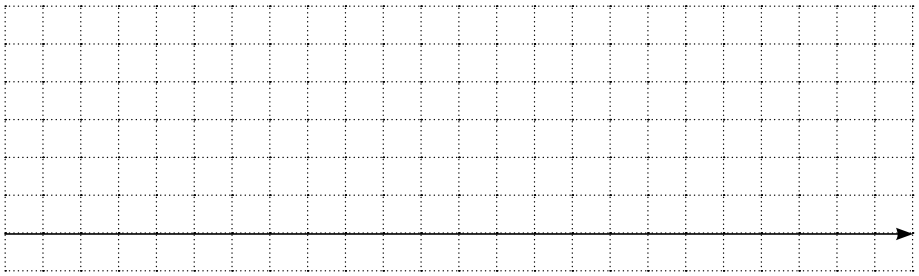


_____

(٤) يبيّن الجدول التالي تواريخ وأطوال الأعاصير التي اجتاحت إحدى المدن في سنة ١٩٩٥.

التاريخ	٤/١٧	٤/١٨	٤/١٩	٥/٦	٥/٧	٦/٨	٦/٩
طول الإعصار (بالكيلومتر)	٣	٧	١١	٢٠	١٠	٨	٩

ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين. وفسّر النتائج.



في التمارين (٥-٧)، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلّل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(٥) إذا كان المدى لمجموعة من القيم يساوي ١٠ وكانت أصغر قيمة من هذه القيم هي ٢ فإن أكبر قيمة تساوي ١٢. (أ) (ب)

(٦) إذا كان المدى لمجموعة القيم ٣، ٧، ٨، ٢، س يساوي ١٥ فإن س = ١٣. (أ) (ب)

(٧) للقيم ٥١، ٤٠، ٣٣، ٢٢، ٢٤، ١٧، ٢٥، ١٤ يكون الأرباعي الأعلى لا يساوي $٣٦\frac{١}{٢}$. (أ) (ب)

في التمارين (٨-١٠)، اختر الإجابة الصحيحة.

(٨) في البيانات: ١٧، ٣٠، ٢٥، ١٢، ١٥، ٢٨، ٢٠، ٢٤، الأرباعي الأدنى هو:

(أ) ١٧ (ب) ١٦ (جـ) ١٥ (د) ٢٢

(٩) في البيانات: ١٨، ٣٠، ٢٦، ١٢، ١٤، ٢٨، ٢٠، ٢٤، المدى الأرباعي هو:

(أ) ١١ (ب) ١٨ (جـ) ١٦ (د) ٢٧

(١٠) في البيانات: ٧، ١١، ٤، ٦، ١٧، ١٤، ٩، ١٥، ١٣ مجمل الأعداد الخمسة هي:

(أ) $(٤، ٧، ١١، ١٤\frac{١}{٢}، ١٧)$ (ب) $(٤، ٦\frac{١}{٢}، ١١، ١٤، ١٧)$

(جـ) (٤، ٧، ١١، ١٤، ١٧) (د) $(٤، ٦\frac{١}{٢}، ١١، ١٤\frac{١}{٢}، ١٧)$

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) أوجد مجمل الأعداد الخمسة للبيانات التالية:

(أ) ٤٩، ٥٨، ٦٢، ٦٤، ٦٧، ٧٧، ٨٠.

(ب) ١٠٠، ١٠١، ١٠٢، ١٠٣، ١٠٤، ١٠٥، ١٠٩، ١١٠.

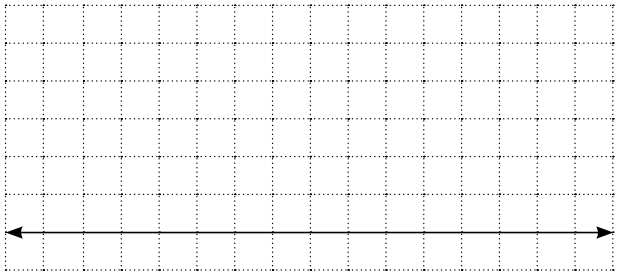
(جـ) ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٧، ١٩، ١٩، ٢٠.

(٢) يبيّن الجدول التالي عدد أكبر الزلازل التي حدثت في العالم حيث قوتها تخطت ٧ درجات على مقياس ريختر وذلك بين ١٩٨٥ وَ١٩٩٤.

السنة	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤
عدد الزلازل	١٤	٦	١١	٨	٧	١٣	١١	٣٣	١٥	١٤

(أ) أوجد مجمل الأعداد الخمسة لقيم هذه البيانات.

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لقيم هذه البيانات بدون القيمة المتطرفة.



(٣) يبيّن الجدول التالي معدل دخل الفرد السنوي في بعض الدول العربية بالدولار الأميركي بحسب البنك الدولي (أعداد تقريبية).

الدولة	الإمارات العربية المتحدة	المملكة العربية السعودية	دولة الكويت	سلطنة عمان	دولة قطر	لبنان	الأردن	تونس	سورية	مملكة البحرين
معدل الدخل بآلاف الدولارات	٢٤	١٠	٢٢	٩	٢٩	٦	٢	٣	١	١٤

(أ) أوجد مجمل الأعداد الخمسة لقيم هذه البيانات.

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لقيم هذه البيانات. ماذا تستنتج؟ اشرح.

الانحراف المعياري

Standard Deviation

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) أوجد الانحراف المعياري لقيم البيانات التالية (يمكن استخدام الآلة الحاسبة):

(أ) ٥٢، ٦٣، ٥٤، ٧٠، ٦٦.

_____

_____

(ب) ١، ٢، ١٧، ١٢، ١٥، ٨، ١٠، ١٥.

_____

_____

(٢) يبيّن الجدول التالي الطاقة الكهربائية المستهلكة بالميغاواط/ ساعة خلال خمسة أيام متتالية في إحدى المدن.

اليوم	١	٢	٣	٤	٥
الطاقة المستهلكة	٤٨,٠	٥٣,٢	٥٢,٣	٤٦,٦	٤٩,٩

أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

(٣) يمثّل الجدول التالي الاستهلاك الأسبوعي من البنزين لعينة مكوّنة من ٥٠ سيارة لأقرب لتر.

الفئة	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥-
عدد السيارات	٦	٦	٨	١٠	١٤	٦

أوجد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لاستهلاك السيارات من البنزين.

(٤) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لدرجات ٢٠ طالبًا في أحد الاختبارات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة.

الفئة	٤-	٨-	١٢-	١٦-
التكرار	٥	٧	٦	٢
مركز الفئة	٦	١٠	١٤	١٨

أوجد الانحراف المعياري لدرجات الطلاب.

في التمرينين (٥-٦)، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلّل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(٥) مجموع انحرافات مجموعة من القيم عن متوسطها الحسابي يساوي صفرًا. (أ) (ب)

(٦) إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم يساوي ٣ وكان مجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي يساوي ١٨٠ فإن عدد القيم هو ٦. (أ) (ب)

في التمرينين (٧-٨)، اختر الإجابة الصحيحة.

(٧) في البيانات: ١٠، ١٣، ٩، ٧، ١٢، ١٥ الانحراف المعياري هو:

(أ) ٧ (ب) ٦

(جـ) $\sqrt{٧}$ (د) ليس أيّ مما سبق

(٨) إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم بيانات يساوي ٤ ومجموع مربعات انحرافات قيم البيانات عن متوسطها الحسابي يساوي ١٩٢ فإن عدد قيم هذه البيانات هو:

(أ) ١٦ (ب) ٤٨

(جـ) ١٢ (د) ليس أيّ مما سبق

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) أوجد الانحراف المعياري لقيم البيانات التالية، ماذا تستنتج؟

(أ) ٥، ٧، ٦، ٤، ٨، ٩، ٣.

(ب) ٣٤، ٤٥، ٣٧، ٤٢، ٣٦، ٤٣، ٤٤، ٣٩.

(٢) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لاستهلاك الطاقة الكهربائية بالميغاواط/ ساعة طيلة شهر أغسطس في إحدى المدن:

الكمية	٣٣	٣٦	٣٩	٤٠	٤١	٤٢
التكرار	٨	٢	٦	٦	٤	٥

(أ) أوجد المتوسط الحسابي.

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات باستخدام الآلة الحاسبة.

(٣) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لكمية المياه بالسنتيلتر الموجودة في ١٠٠ عبوة.

سعة العبوة الواحدة المفترضة ١٠٠ سنتيلتر.

الفترة	٨٦-	٩٠-	٩٤-	٩٨-	١٠٢-	١٠٦-
التكرار	٥	١٠	٣٩	٣٢	٩	٥

أوجد المتوسط الحسابي، التباين، الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

طرق العد

Methods of Counting

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، اكتب قائمة بكل الإمكانيات أو ارسم شجرة بيانية للإجابة عن الأسئلة التالية:

(١) **كلمات مكونة من ثلاثة حروف:** ما عدد الكلمات المختلفة التي تستطيع تكوينها من بين ثلاثة حروف: ع، ل، م دون تكرارها (دون الاهتمام بالمعنى)؟

(٢) **الطرق الممكنة:** توجد ثلاثة طرق ممكنة تصل بين القرية أ والقرية ب، وتوجد أربعة طرق ممكنة تصل بين القرية ب والقرية جـ. كم عدد الطرق المختلفة من القرية أ إلى القرية جـ مرورًا بالقرية ب؟

(٣) **الرئيس ونائب الرئيس:** يوجد ثلاثة مرشحين لمنصب الرئيس وأربعة مرشحين لمنصب نائب الرئيس. كم عدد الأزواج التي يمكن أن تكوّن من رئيس ونائب رئيس؟

في التمارين (٤-٦)، استخدم مبدأ العد الأساسي.

(٤) **أرقام الهاتف:** كم عدد أرقام الهاتف التي يمكن أن تكونها من سبعة أرقام علمًا بأنه لا يمكن أن يبدأ الرقم من اليسار بـ ٠ أو ١، لماذا؟

(٥) **لوحات الترخيص**: كم عدد لوحات الترخيص التي يمكن أن تكونها من رقمين يتبعهما حرفان ثم ثلاثة أرقام بدون أن تتكرر أي حروف أو أرقام؟

---

(٦) **رمي حجر نرد**: عند رمي حجري نرد أحدهما أحمر والثاني أخضر معًا وملاحظة الوجه العلوي لكل منهما. كم عدد النواتج الممكنة؟

في التمارين (٧-١٠)، أوجد قيمة كلّ مما يلي:

(٧) ${}^{8}ل_{5}$

---

(٨) ${}^{12}ل_{7}$

---

(٩) ${}^{14}ق_{5}$

---

(١٠) ${}^{48}ق_{46}$

في التمارين (١١-١٣)، حل المسائل التالية:

(١١) **تكوين اللجان**: سوف يتم انتخاب لجنة مكونة من ٣ سيدات من بين ٢٥ سيدة. كم عدد اللجان المختلفة التي يمكن انتخابها؟

---

(١٢) **شراء أقراص حاسوب مدمجة**: لدى جيهان نقود تكفي لشراء ثلاثة أقراص حاسوب مدمجة فقط من بين ٤٨ قرصًا. كم عدد مجموعة أقراص الحاسوب التي يمكن شراؤها؟

---

(١٣) يجري مدير شؤون الموظفين مقابلات شخصية مع ثمانية أشخاص مرشحين لثلاث وظائف شاغرة. كم عدد المجموعات المكونة من ثلاثة أشخاص التي يمكن توظيفها؟

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٣)، اكتب قائمة بكل الإمكانيات أو ارسم شجرة بيانية للإجابة عن الأسئلة التالية:

(١) **كلمات مكوّنة من ثلاثة حروف**: ما عدد الكلمات المختلفة التي تستطيع تكوينها من ثلاثة حروف دون تكرارها من بين ٤ حروف ل، ع، ب، هـ؟

(٢) **الطرق الممكنة**: توجد ثلاثة طرق ممكنة تصل بين القرية أ والقرية ب، وتوجد أربعة طرق ممكنة تصل بين القرية ب والقرية جـ.

كم عدد الطرق المختلفة من القرية أ إلى القرية جـ والرجوع إلى القرية أ مرورًا بالقرية ب في كل اتجاه؟

(٣) **تذاكر الطيران**: عندما تطلب تذكرة طيران يمكنك أن تحجز في الدرجة الأولى أو درجة رجال الأعمال أو الدرجة السياحية. يمكنك أيضًا أن تختار مكانك إلى جانب نافذة الطائرة أو في الممر أو في الكرسي الأوسط، إلا في حالة عدم وجود كرسي أوسط كما هو الحال في الدرجة الأولى حيث يوجد كرسيان فقط.

كم عدد الطرق المختلفة التي يمكن أن تحجز بها مكانك على متن الطائرة؟

الاحتمال المشروط

Conditional Pobability

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، عند رمي حجر نرد أحمر اللون وحجر نرد أخضر اللون معًا وملاحظة الوجه العلوي. فما النواتج الممكنة لهذا الحدث؟ وما احتمال وقوع كل حدث مما يلي؟

(١) مجموع العددين الظاهرين ٩.

_____

(٢) مجموع العددين الظاهرين هو عدد زوجي.

_____

_____

(٣) العدد الظاهر على الحجر الأحمر أكبر من العدد الظاهر على الحجر الأخضر.

_____

_____

في التمارين (٤-٩)، ج تتضمن عينة لألوان الحلوى التقليدية التي ينتجها مصنع للحلوى وهي:

ج = {البني، الأخضر، البرتقالي، الأحمر، البرونزي، الأصفر}.

احتمال كل حدث في ج يساوي نسبة إنتاج هذا اللون من الحلوى من إجمالي الألوان. وقد صرح المسؤول في هذا المصنع ببعض المعلومات عن احتمال الإنتاج في الجدول التالي:

اللون	البني	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي	البرونزي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,١	٠,١	٠,١

إذا قمت بأخذ قطعة حلوى عشوائيًّا من علبة مفتوحة حديثًا من إنتاج هذا المصنع، فما احتمال أن تأخذ حلوى بالألوان التالية:

(٤) البني أو البرونزي؟

_____

(٥) الأحمر أو الأخضر أو البرتقالي؟

(٦) الأحمر؟

(٧) أي لون عدا الأحمر؟

(٨) أي لون عدا البرتقالي أو الأصفر؟

(٩) أي لون عدا البني أو البرونزي؟

في التمارين (١٠-١٣)، ما احتمال أن يحقق رمز عدد عشوائي مكوّن من رقمين من ١ إلى ٩ الشروط التالية؟

(١٠) رقمان عشوائيان. الأول فردي والثاني من مضاعفات العدد ٤.

(١١) رقمان عشوائيان. الأول زوجي والثاني فردي.

(١٢) رقمان عشوائيان. كلا الرقمين أصغر من ٧.

(١٣) رقمان عشوائيان. الرقم الثاني هو الرقم الأول نفسه.

(١٤) **تأجير السيارات**: لدى شركة لتأجير السيارات ٢٥ سيارة للإيجار، ٢٠ منها من الحجم الكبير و٥ سيارات من الحجم المتوسط. إذا تم اختيار سيارتين بشكل عشوائي للإيجار لمدة يوم واحد، فما احتمال أن تكون السيارتان من الحجم الكبير؟

(١٥) **اكتب لتتعلم**: علّل لماذا العبارة التالية غير صحيحة: احتمال أن يبيع بائع الحواسيب ٠، ١، ٢ أو ٣ أجهزة حاسوب في أي يوم من الأيام هو: ٠,١٢ ، ٠,٤٥ ، ٠,٣٨ ، ٠,١٥ بحسب الترتيب.

(١٦) إذا كان أ، ب حدثين مستقلين وكان ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٤. أوجد كلًّا من:

(أ) ل(أ ∪ ب) =

(ب) ل($\bar{أ}$) =

(جـ) ل(أ ∩ ب) =

(١٧) ليكن: ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٧ ، ل(أ ∪ ب) = ٠,٨. احسب:

(أ) ل(أ ∩ ب). =

(ب) ل(أ|ب). =

(جـ) ل(ب|أ). =

(١٨) ليكن أ، ب حدثان مستقلان في فضاء عينة ف حيث ل(أ) = ٠,٥ ، ل(ب) = ٠,٥ .

احسب: ل(ب|أ).

في التمارين (١٩-٢١)، اختر الإجابة الصحيحة.

(١٩) إذا كان أ، ب حدثين مستقلين وكان ل(أ) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٥

فإن ل(أ ∪ ب) =

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٧ (جـ) ٠,٨ (د) ٠,٦

(٢٠) إذا كان أ، ب حدثين في فضاء العينة وكان ل(أ) = ٠,٧ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل(أ ∪ ب) = ٠,٨

فإن ل(أ ∩ ب) =

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٦ (د) ١,٢

(٢١) إذا كان أ، ب حدثين مستقلين في فضاء العينة وكان ل(أ) = ٠,٦ ، ل(ب) = ٠,٤

فإن ل(أ|ب) =

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٢ (د) ١

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٣)، عند رمي حجر نرد أحمر اللون وحجر نرد أخضر اللون معًا وملاحظة الوجه العلوي لهما. فما النواتج الممكنة لهذا الحدث؟ وما احتمال ونوع كل حدث في ما يلي؟

(١) مجموع العددين الظاهرين أصغر من ١٠.

(٢) العددان الظاهران عددان فرديان.

(٣) العددان الظاهران عددان زوجيان.

في التمرين (٤)، حل المسألة التالية:

(٤) **رقم التأمين الاجتماعي**: ما احتمال أن يتم بشكل عشوائي اختيار رقم تأمين اجتماعي مكون من تسعة أرقام مختلفة ليس من بينها الصفر؟

(٥) ما احتمال اختيار رقمًا عشوائيًّا واحدًا من ١ إلى ٩ يحقق الشرطين التاليين:

رقم أولي أو من مضاعفات الرقم ٦.

في التمارين (٦-١٠)، ينتج المصنع حلوى محشوة بالفول السوداني مشكلة بالألوان الموضحة بالجدول.

يوضح الجدول التالي احتمال إنتاج الحلوى بحسب لونها:

اللون	البني	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,٢	٠,١

إذا قمت بأخذ قطعة حلوى عشوائيًّا من كل من علبتين مفتوحتين حديثًا من إنتاج هذا المصنع، فما احتمال أخذ حلوى بالألوان التالية؟

(٦) كلتاهما بنية اللون.

(٧) كلتاهما برتقالية اللون.

(٨) الأولى بنية اللون والثانية صفراء.

(٩) ولا واحدة صفراء.

(١٠) الأولى ليست حمراء والثانية ليست برتقالية.

(١١) ليكن أ، ب حدثان مستقلان في فضاء عينة ف حيث ل(أ) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٧ .

احسب:

(أ) ل(أ ∩ ب)

(ب) ل(ب|أ)

(جـ) ل(أ ∪ ب)

(د) ل(أ|ب)

مراجعة الوحدة العاشرة

(١) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لعدد الرجال غير المتزوجين في إحدى الدول.

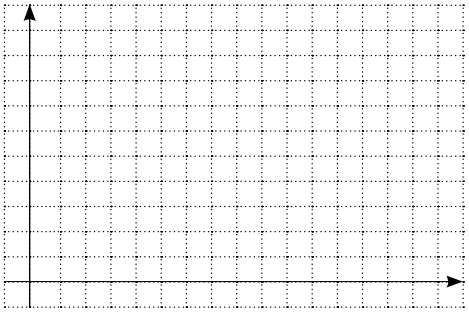
الفئة (العمر)	الرجال
٢٠-	٤٥٠٠
٣٠-	٤٨٠
٤٠-	٣٧٠
٥٠-	٢٩٠
٦٠-	١٨٠
٧٠-	١١٠
٨٠-	٣٠

(أ) أكمل الجدول بإضافة مراكز الفئات والتكرار المتجمع الصاعد.

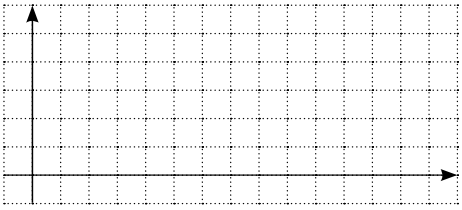
الفئة (العمر)	الرجال	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	مركز الفئة
٢٠-	٤٥٠٠			
٣٠-	٤٨٠			
٤٠-	٣٧٠			
٥٠-	٢٩٠			
٦٠-	١٨٠			
٧٠-	١١٠			
٨٠-	٣٠			

(ب) أوجد المتوسط الحسابي لأعمار الرجال.

(جـ) أوجد الوسيط لأعمار الرجال مستخدمًا منحنى التكرار المتجمع الصاعد.



(د) أوجد المنوال لأعمار الرجال باستخدام المدرج التكراري.



(٢) جاءت درجات أحمد السنة الماضية في اختبار مادة العلوم حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي:

١٧، ١٠، ١٥، ١٢، ١٣، ٩، ١٦، ٨، ١٤، ١٦.

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لهذه الدرجات $\overline{س}$.

(ب) أوجد مجمل الأعداد الخمسة لهذه الدرجات.

(جـ) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين.

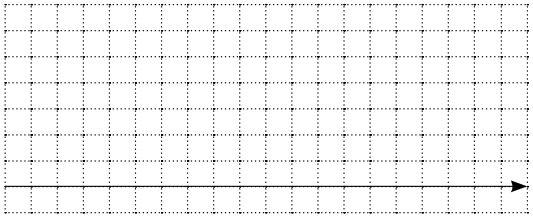
ماذا تلاحظ؟

(د) أوجد الانحراف المعياري لهذه الدرجات ع.

(٣) إذا كانت درجات أحد الطلاب في اختبارات مادة الرياضيات على مدار السنة حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي: ٧، ١٠، ١٢، ٩، ١٤، ١٦، ١٥، ٨، ١٧.

(أ) أوجد مجمل الأعداد الخمسة لقيم هذه الدرجات.

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لتمثيل قيم هذه الدرجات.



ماذا تلاحظ؟

تمارين إثرائية

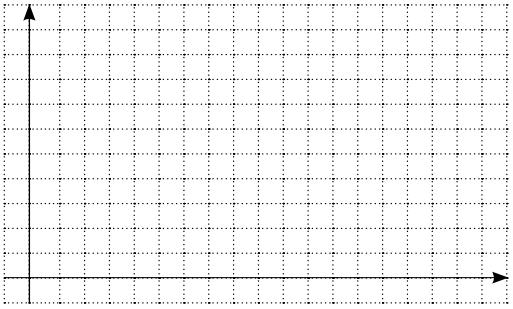
(١) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لأوزان ٧٥ رأسًا من قطيع المها العربية بالكيلوجرام.

الفئة	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-
التكرار	١	٧	٥	٨	١١	٢٢	١٧	٤

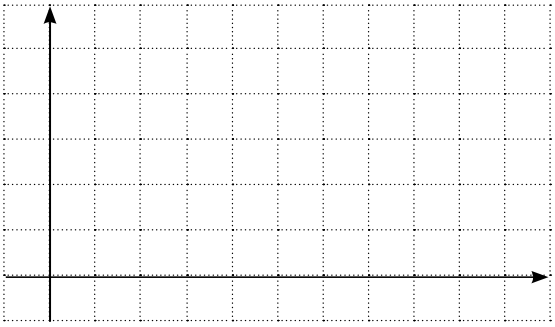
(أ) أكمل الجدول بإضافة التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
١٠-	١				
٢٠-	٧				
٣٠-	٥				
٤٠-	٨				
٥٠-	١١				
٦٠-	٢٢				
٧٠-	١٧				
٨٠-	٤				

(ب) أوجد الوسيط لقيم هذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع النازل معًا.



(جـ) أوجد المنوال لقيم هذه الأوزان باستخدام قانون الرافعة وباستخدام المدرج التكراري.



(د) أوجد المتوسط الحسابي لقيم هذه الأوزان.

(٢) سجل أحد الاشخاص أسعار الحاسوب بالدينار الكويتي من عدة محلات لبيع هذه الأجهزة كما يلي:

٢٥٠، ٢٤٥، ٢٦٠، ٢٥٥، ٢٤٠، ٢٦٥، ٢٦٥، ٢٣٥، ٢٧٠، ٢٦٥.

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لقيم هذه الأسعار $\overline{س}$.

(ب) أوجد الانحراف المعياري لقيم هذه الأسعار ع.

(٣) حلوى محشوة بالفول السوداني: ينتج مصنع حلوى محشوة بالفول السوداني مشكلة بالألوان، كما يوضح الجدول التالي:

اللون	البني	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,٢	٠,١

إذا أخذت ثلاث قطع من علبة واحدة، فكم عدد الألوان التي يحتمل الحصول عليها؟

(٤) تسلية: في إحدى الألعاب يتم رمي خمسة أحجار نرد متمايزة في وقت واحد وملاحظة الوجه العلوي لها. كم عدد النواتج التي يمكن تمييزها إذا كان لكل حجر لون مختلف؟

(٥) **المعلم والامتحان النهائي**: أعطى معلم طلابه ٢٠ سؤالًا للاستذكار على أن يحتوي الامتحان النهائي على ثمانية أسئلة منها. كم عدد الامتحانات النهائية المختلفة التي يمكن وضعها؟

(٦) **مسح للخريجين**: اختارت إحدى الكليات عددًا من دفعة عام ١٩٩٦ المكونة من ٢٥٤ خريجًا من بينهم ١٧٢ سيدة، حيث التحق ١٢٤ سيدة بالدراسات الجامعية و٥٨ رجلًا. فما احتمال كل من الأحداث التالية؟

(أ) أن يكون الخريج سيدة.

(ب) أن يلتحق الخريج بالدراسات الجامعية.

(جـ) أن يكون الخريج سيدة وقد التحقت بالدراسات الجامعية.

(٧) **تحديد نوع الطفل**: افترض أن احتمال أن يكون الطفل المولود حديثًا من نوع معين هو ٥٠٪، في عائلة مكونة من أربعة أطفال. فما احتمال كل حدث معطى؟

(أ) كل الأطفال إناث.

(ب) كل الأطفال من نوع مختلف.

(جـ) كل الأطفال إما ذكور أو إناث.

(٨) عند إشارة المرور التي تتألف من ثلاثة ألوان لاحظنا أن:

٢٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الخضراء.

٦٥٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الصفراء (كما يطلب قانون المرور).

٩٧٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الحمراء.

قررنا مراقبة سلوك سيارة عند إشارة المرور. لنفترض أنه عند وصول السيارة إلى الإشارة، لون الإشارة عشوائي وأن احتمال أن يكون اللون هو الأخضر ٠,٦، احتمال أن يكون اللون هو الأصفر ٠,١، احتمال أن يكون اللون هو الأحمر ٠,٣.

(أ) ما احتمال أن تكون السيارة المراقبة قد توقفت؟

(ب) تجاوزت السيارة الإشارة. فما احتمال أن تكون قد تجاوزت الإشارة عندما كان لونها أحمرًا.

(٩) **أرقام الهاتف**: ما احتمال أن يتم بشكل عشوائي اختيار رقم هاتف مكوّن من سبعة أرقام دون تكرار أي منها؟

(١٠) ما احتمال اختيار رقم واحد عشوائي من ١ إلى ٩ يحقق الشروط التالية: عدد فردي أو من مضاعفات العدد ٤؟

(١١) في فصل الشتاء، أصابت موجة زكام ربع المواطنين. ثلث المواطنين تلقوا لقاحًا ضد الزكام، ولسبب عدم فاعلية اللقاح ١٠٠٪ نفترض أن مريضًا مصابًا بالزكام من ١٠ قد تلقى لقاحًا.

ما احتمال أن يكون مواطن من بين الذين تلقوا اللقاح مصابًا بالزكام؟

ملاحظات

ملاحظات

ملاحظات